

Le succès remporté par cet ouvrage dans les milieux professionnels a permis :

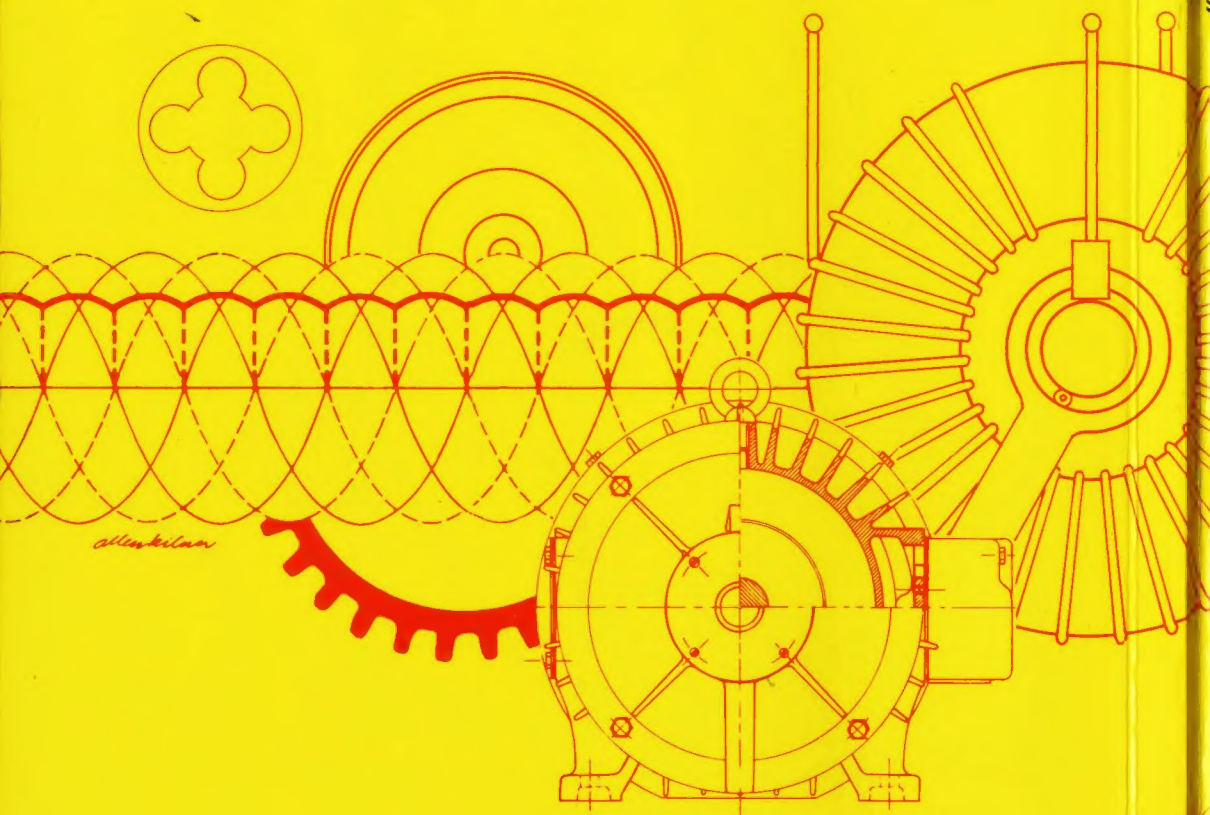
- de sortir une septième édition,
- de le traduire en langue allemande sous le titre "Technische Formeln mit SI-Einheiten", Sauerländer AG, 5001 Aarau.

Son but est d'offrir un outil de travail simple, clair, efficace aux professionnels ainsi qu'à toute personne liée de près ou de loin à la métallurgie, à la mécanique ou à l'électricité. Composer et présenter un recueil de formules pratiques, accompagnées de tables, est une tâche ardue. La sélection des matières indispensables à la bonne résolution des calculs pour chaque métier comporte de nombreux écueils : un excès de matière dans un formulaire présente autant d'inconvénients qu'une trop grande concision.

La mise en page exige une grande rigueur dans la présentation des formules si on veut un manuel facile à utiliser, permettant de disposer rapidement du renseignement que l'on cherche.

En outre, les unités à appliquer doivent être clairement exprimées de manière à ne jamais laisser le lecteur dans le doute.

L'auteur espère avoir surmonté ces difficultés.



«Fortec» Formulaire Technique

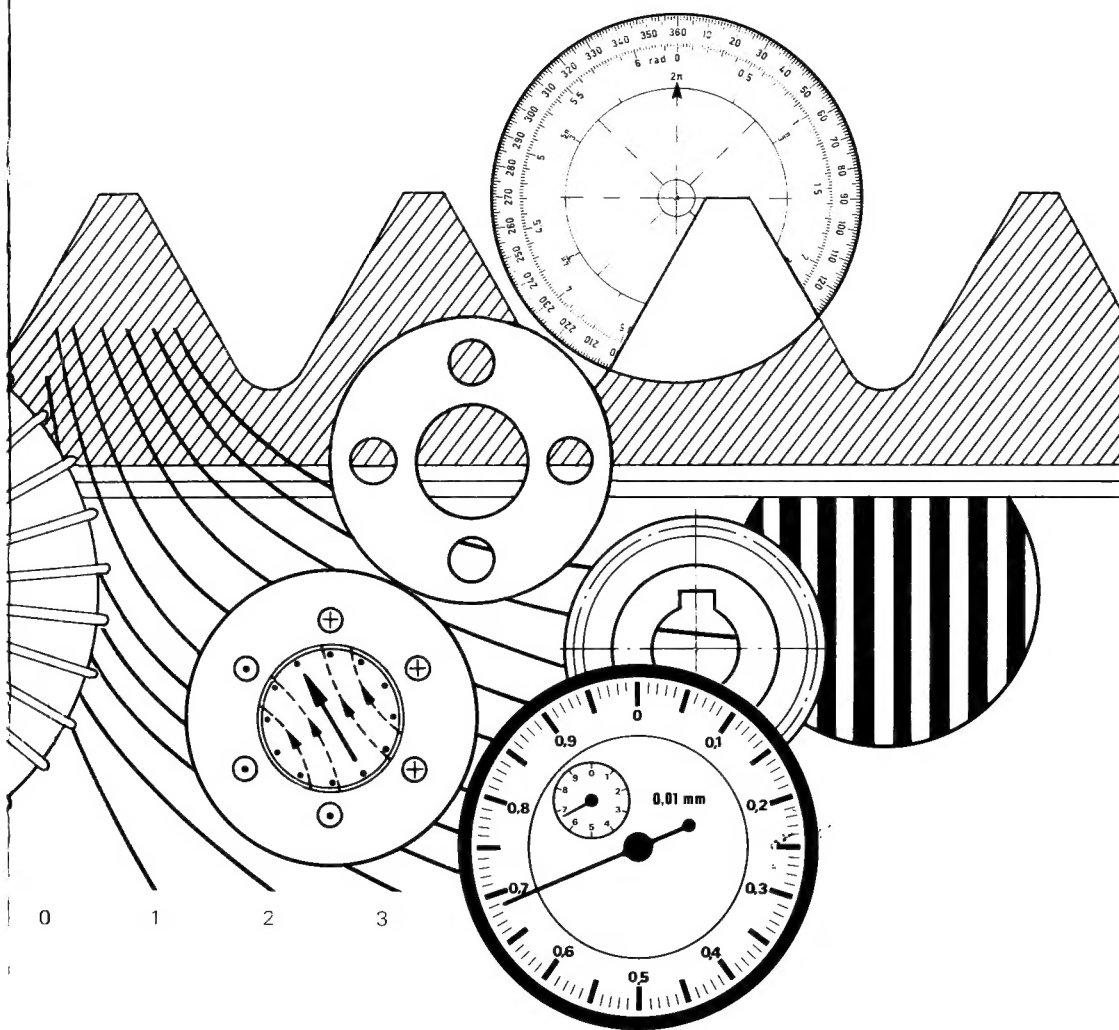
À L'USAGE DES PROFESSIONS DE LA MÉTALLURGIE
DE LA MÉCANIQUE ET DE L'ÉLECTRICITÉ



Charles Pache

«Fortec» Formulaire Technique

À L'USAGE DES PROFESSIONS DE LA MÉTALLURGIE
DE LA MÉCANIQUE ET DE L'ÉLECTRICITÉ



Éditec

«Fortec» Formulaire Technique

Le succès remporté par cet ouvrage dans les milieux professionnels a permis :

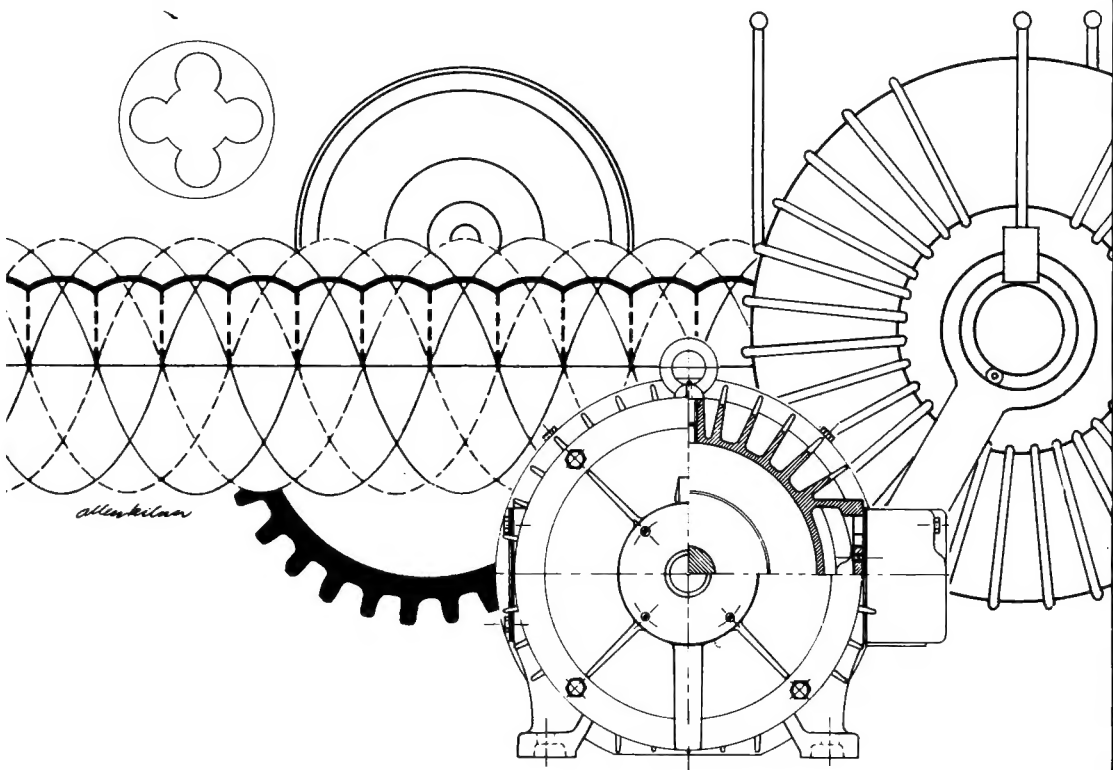
- de sortir une septième édition,
- de le traduire en langue allemande sous le titre "Technische Formeln mit SI-Einheiten", Sauerländer AG, 5001 Aarau.

Son but est d'offrir un outil de travail simple, clair, efficace aux professionnels ainsi qu'à toute personne liée de près ou de loin à la métallurgie, à la mécanique ou à l'électricité. Composer et présenter un recueil de formules pratiques, accompagnées de tables, est une tâche ardue. La sélection des matières indispensables à la bonne résolution des calculs pour chaque métier comporte de nombreux écueils : un excès de matière dans un formulaire présente autant d'inconvénients qu'une trop grande concision.

La mise en page exige une grande rigueur dans la présentation des formules si on veut un manuel facile à utiliser, permettant de disposer rapidement du renseignement que l'on cherche.

En outre, les unités à appliquer doivent être clairement exprimées de manière à ne jamais laisser le lecteur dans le doute.

L'auteur espère avoir surmonté ces difficultés.



«Fortec» Formulaire Technique

A l'usage des professions de la métallurgie
de la mécanique et de l'Electricité

7^e Edition

Édithec

1987

Toute reproduction, même partielle, de cet ouvrage est interdite. Une copie ou reproduction par quelque procédé que ce soit, photographie, microfilm, bande magnétique, disque ou autre, constitue une contrefaçon passible des peines prévues par la loi du 11 mars 1957 sur la reproduction des droits d'auteur

- 2 Avant propos
- 3 Table des matières
- 4 Index alphabétique
- 8 Conversion des unités

Structure et application du SI

- 9 Structure
- 13 Tableaux des grandeurs physiques
- 17 Définition des unités de base SI

Tables

- 18 Constantes physiques
- 20 Masse, poids, force, équivalents électrochimiques
- 21 Frottement μ , μ_0 , f , μ'
- 22 Combustibles, carburants, air
- 23 Coefficient de trainée, éclairage des locaux
- 24 Résistivité, coefficient de température

Mathématiques

- 25 Signes
- 26 Bases de calcul
- 28 Equation du 2e degré, radian...
- 29 Triangles rectangles
- 30 Fonctions trigonométriques
- 31 Triangles quelconques
- 32 Aires, volumes,...
- 38 Propriétés des opérations, nombres arrondis
- 39 Classification périodique des éléments
- 40 Alphabet grec

Mécanique générale

- 41 Statique
- 47 Machines simples
- 50 Frottement
- 52 Cinématique
- 54 Dynamique
- 60 Technique de la chaleur
- 64 Statique des fluides
- 67 Statique des gaz

Mécanique automobile

- 69 Vitesses du piston, cylindrée
- 70 Débits, rapport volumétrique, flotteur
- 73 Consommation
- 74 Puissance, force motrice
- 76 Résistance à l'avancement du véhicule
- 78 Vitesse et distance de freinage du véhicule
- 79 Energie cinétique du véhicule

81 Circuits logiques

Electrotechnique

- 85 Courant continu, loi d'ohm
- 88 Effets calorifiques, chimiques
- 90 Sources de tension
- 91 Effets magnétiques
- 96 Couplage de condensateurs
- 97 Couplage de résistances
- 99 Courant triphasé
- 100 Transformateurs
- 101 Alternateurs et moteurs
- 102 Technique d'éclairage
- 104 Instruments de mesure

Calculs professionnels

- 105 Inclinaison, conicité
- 106 Filetage au tour
- 107 Diviseurs
- 109 Transmission par engrenages
- 112 Calculs des temps de coupe

115 Résistance des matériaux

124 Tables numériques

135 Tables de logarithmes

137 Fonctions trigonométriques

- Accélération 53
– d'un véhicule 76
– de la pesanteur 20
Action et réaction 45
Adhérence, coefficients 21
– théorie 50
– d'un véhicule 59, 78
Aire d'une surface 29...34
Algèbre 26
– de Boole 81
Allongement 116
Alphabet grec 40
Alternateurs 101
Altitude 67
Angle de frottement, d'adhérence 50
Archimède, principe 65
Baromètre à mercure 67
Calcul algébrique 26, 27
– d'atelier 106...111
– des temps de coupe 112...114
Capital placé à un taux de..., 28
Carburateur, mélange 70
– position du flotteur 72
Carburants, caractéristiques 22
– consommation 73
Centre de gravité
– des surfaces 29, 32...34
– des volumes 35...37
– méthode graphique 46
Chaleur, technique 60
– massique, tables 19, 67
Changement d'état d'un corps 60
Chute des corps 53
Cheval, conversion de l'unité 8
Circuits logiques 81...84
Cisaillement 117
Coefficient de conductivité électrique 24
– de conductivité thermique 19, 62
– de dilatation 19, 63
– d'efficacité lumineuse 102
– de frottement 21
– de résistivité 24
– de température (électricité) 24
– de transmission superficielle 62
– de trainée 23, 77
Cohérence des unités SI 10
Combustibles 22
Compression (résistance des matériaux) 117
Conductivité électrique 24
– thermique 19
Condensateurs 96
Condensation d'un corps 61
Cône 36
– tournage 105
Conicité 105
Consommation de carburant 73
Constantes des gaz parfaits 68
– physiques 18, 19
– de frottement 21
Cornières 123
Corps en équilibre 44
Couplage de condensateurs 105
– de générateurs 90
– de résistance 86
– R, L, C en série 97
– R, L, C en parallèle 98
– triphasé étoile 99
– triangle-étoile 87
Courroie, transmission 47
Cylindrée d'un moteur 69
Débit aspiré par un moteur 71
– dans une conduite 66, 70
– puissance 57
Décélération 53
Définition des unités SI, 17
Déformation à la flexion 120
– à la torsion 118
– à la traction 116
Degré Celsius, kelvin, Fahrenheit 60
Densité de courant 88
– relative 18
Diamètre primitif d'une roue dentée 110
Dilatation d'un corps 63
– coefficient 19
Distance de freinage 78
Diviseur simple, différentiel 107
Division rectiligne 108
Dynamique: loi fondamentale 54
– travail mécanique 55
– puissance 57
-

- Echelles de température 60
 - de pression 67
 - Eclairement 103
 - valeurs recommandées 23
 - Effet centrifuge 59
 - Efficacité lumineuse 102
 - Electrolyse 89
 - équivalents électrochimiques 20
 - Equation du 2e degré 28
 - Equilibre des corps 44
 - Equivalents électrochimiques 20
 - Embrayage 79
 - Energie accumulée dans un ressort 59
 - cinétique, potentielle 44
 - électrique, courant continu 87
 - électrique, courant alternatif 95
 - emmagasinée dans un véhicule 79
 - Engrenages cylindrique, coniques 109...111
 - Espace parcouru 52, 53
 - Etat d'un corps 60
 - normal d'un gaz 67
 - Euclide, théorème 29
 - Facteur de puissance électrique 95
 - Fers profilés 121...123
 - Filetage au tour 106
 - Flèche maximale en flexion 120
 - Flexion 118
 - Flux thermique 62
 - Fonctions logiques 82...84
 - Forces d'attraction magnétique 92
 - centrifuge 59
 - définition 41
 - équilibre 44
 - de frottement 50
 - moment d'une 43
 - motrice 57, 75
 - de pesanteur 20, 54
 - pressante sur une paroi 65, 66
 - somme, résultante 42
 - Freinage d'un véhicule 78
 - Fréquence induite dans un rotor 101
 - de rotation 52, 101
 - Frottement d'adhérence, de glissement 50
 - au roulement 51
 - dans un palier 51
 - Fusion d'un corps 61
 - Galvanoplastie 89
 - Gaz, état normal 67
 - lois des gaz parfaits 68
 - Géométrie, surfaces 32...34
 - volumes 35...37
 - Grandeur scalaire, vectorielle 41
 - Inclinaison 105
 - Instruments de mesure 104
 - Induction magnétique 91
 - Intensité lumineuse 102
 - M** Intérêt d'un capital 28
 - Impédance 95
 - Joule, unité 55
 - loi de 88
 - Levier 47
 - Logarithmes 135
 - Loi fondamentale de la dynamique 54
 - de Boyle-Mariotte 68
 - de Gay-Lussac 68
 - de Joule 88
 - d'Ohm 85
 - E** Longueur d'onde 102
 - E** Lumineuse 103
 - Machines simples 48, 49
 - Magnétisme 91...93
 - Masse d'un corps 20, 54
 - volumique 18
 - volumique de l'air 22
 - volumique des combustibles 22
 - Mathématiques 25
 - Mélange de deux liquides 63
 - carburé 22, 70
 - Module d'une denture d'engrenage 110
 - de résistance (flexion, torsion) 119
 - d'élasticité 116
 - Moment fléchissant maximum 120
 - d'une force, d'un couple 43
 - d'inertie d'une surface 116, 119
 - de renversement d'une paroi 66
 - statique d'une surface 116
 - Mouvement d'un corps 54
 - uniforme 52
 - uniformément varié 53
 - Multiple des unités SI 11
-

E Ohm, loi d' 85

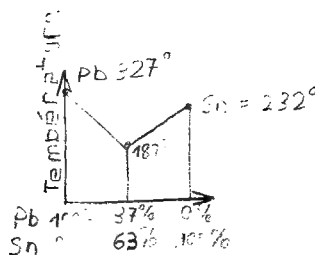
- Palan 48
- Palier, frottement dans un 51
- Parallélogramme des forces 42
- Pas d'une denture 110
- Pascal, principe de 64
- Perte dans les conducteurs 88
- Pesanteur, force de 20, 54
- Pivot, frottement dans un 51
- Plan incliné sans frottement 49
 - incliné avec frottement 50
- E** Poids d'un corps 20
- Polygone des forces 45, 46
- Potentiel Rédox standard 20
- Poulie (fixe, folle) 48
- Poutrelles I et U normales 121, 122
- Pouvoir calorifique des combustibles 22
- Préfixes d'unités SI 11
- Pression atmosphérique 67
 - entre corps solides 64, 117
 - dans les liquides 64...66
 - dans les gaz 67, 68
 - dans un récipient 64
 - relative, absolue 67
- Principe de Pascal 64
 - d'Archimède 65
- Propagation de la chaleur 62
- E** Puissance d'une force 57, 58
 - d'un moment 58
 - d'un couple 58
 - d'un débit 57
 - d'un véhicule automobile 74
- Puissance électrique en courant continu 87
 - électrique en courant monophasé 95
 - électrique en courant triphasé 99
- G** Pythagore, théorème de 29
 - Quantité de chaleur 61
 - d'électricité 89
 - de lumière 102
- M** Radian, définition 28
- Rapport d'engrenage pour le filetage 106
 - de transmission 109
 - volumétrique d'un moteur 71
- Réactance de capacité 96
 - d'induction 95

- Réaction d'appuis (poutres) 120
 - et action 45
- Rendement mécanique 58, 74
 - électrique 87
 - électrique d'un accumulateur 89
- Résistance à l'avancement d'un véhicule 76
 - de l'air 77
 - au frottement 50
 - au roulement 51, 77
- Résistance des matériaux 117...123
- Résistance électrique
 - en courant continu 86
 - en courant alternatif 94
- E** Résistivité 24
- Résonnance série 97
 - parallèle 98
- Ressort, énergie, constante 59
- Résultante de plusieurs forces 42, 46
- Roues dentées 109...111
 - coniques 109, 111

- M** Signes mathématiques 25
- Soupapes, temps d'ouverture 72
- Source lumineuse 102
- Statique : vecteurs, résultantes 41...46
 - équilibre des corps 44
 - des gaz 67
 - résolution graphique 42...46
- [G]** Surfaces 29...34
- Symboles des grandeurs physiques 13...16
 - grecs 40

- Tables
 - constantes physiques 18...24
 - grandeurs physiques 13...16
 - numériques 125...134
 - de logarithmes 135...136
 - trigonométriques 137...140
- M** Taux de l'intérêt 28
- Technique de l'éclairage 102
- Température, unités 60
 - de fusion, de vaporisation 18
- Temps de coupe (machines-outils) 112...114
 - d'ouverture d'une soupape 72
- Tension admissible, de rupture 115
- G** Thalès, théorème 29
- G** Théorème
 - d'Euclide 29

- de Guldin 37
- G – de la hauteur 29
- de Morgan 81
- du sinus, du cosinus 31
- G – de Thalès 29
- Torsion 118
- Tournage conique 105
- Traction, résistance à la 117
- Train d'engrenage 109
- Transformateurs 100
- Transformation d'une énergie cinétique 56
- Transmission
 - par courroie 47
 - par engrenages 109...111
 - de la pression 64
- Travail électrique en courant continu 87
- électrique en courant alternatif 95
- E Travail d'une force 55
- d'un fluide 56
- Treuil 48
- Trigonométrie, tables 137...140
- G – triangle rectangle 29
- triangle quelconque 31



Unités SI 8...17

Unités MKpS 8

Variation de vitesse 53, 54

– de pression (fluides) 64, 65

– de quantité de mouvement 54

Vecteurs 41

Vis et écrou, sans frottement 49

Vis et écrou, avec frottement 51

Vis sans fin et roue tangente 106, 109

Vitesse

– mouvement uniforme 52

– mouvement uniformément varié 53

– application à l'automobile 78

– angulaire 52, 94

– circonférentielle 52

– d'écoulement à travers un orifice 66

– maximale d'un piston 69

– moyenne d'un piston 52

Watt, unité 10

E – puissance 57

8 Conversion des unités

Tableau basé sur l'équivalence entre système MKpS et système SI.

Remarque : dans les applications techniques et commerciales du système périmé des mécaniciens MKpS, l'unité de force a 2 noms : le kilogramme kg et le kilogramme-poids ou kilopond kp. Afin d'éviter toute confusion dans le présent ouvrage, nous avons conservé uniquement le kilogramme-force kp dans les équivalences avec le SI. La notion de poids-volumique, qui s'exprimait en kilogramme-force par décimètre cube, a été abolie par SI qui utilise uniquement la notion de masse volumique ρ dont l'unité est le kilogramme-masse par mètre cube $[\text{kg}/\text{m}^3]$ ou les sousmultiples $[\text{kg}/\text{dm}^3]$ et $[\text{g}/\text{cm}^3]$. Voir page 20.

| Masse | kg | $\frac{\text{kp} \cdot \text{s}^2}{\text{m}}$ | Force | newton N | kilogramme-poids kp |
|-------------------------------------------------|------|-----------------------------------------------|----------|----------|---------------------|
| 1 kg (SI) | 1 | 0,102 | 1 N (SI) | 1 | 0,102 |
| 1 $\frac{\text{kp} \cdot \text{s}^2}{\text{m}}$ | 9,81 | 1 | 1 kp | 9,81 | 1 |

| Pression | pascal Pa = $\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$ | bar = $\frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$ | at = $\frac{\text{kp}}{\text{cm}^2}$ | atm = $\begin{cases} 760 \text{ mm Hg} \\ 760 \text{ Torr} \end{cases}$ |
|---------------------------------------------|-------------------------------------------|----------------------------------------|--------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------|
| 1 Pa (SI) = 1 $\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$ | 1 | 10^{-5} | $1,02 \times 10^{-5}$ | $0,987 \times 10^{-5}$ |
| 1 bar | 10^5 | 1 | 1,02 | 0,987 |
| 1 $\frac{\text{kp}}{\text{cm}^2}$ | 98 100 | 0,981 | 1 | 0,968 |
| 1 atm | 101 000 | 1,01 | 1,03 | 1 |

| Energie | joule J 1 J = 1 Nm = 1Ws | kWh | kpm | kcal | chh |
|----------|-----------------------------|-----------------------|--------------------|-----------------------|-----------------------|
| 1 J (SI) | 1 | $2,78 \times 10^{-7}$ | 0,102 | $2,39 \times 10^{-4}$ | $3,78 \times 10^{-7}$ |
| 1 kWh | $3,6 \times 10^6$ | 1 | $3,67 \times 10^5$ | 860 | 1,36 |
| 1 kpm | 9,81 | $2,72 \times 10^{-6}$ | 1 | $2,34 \times 10^{-3}$ | $3,7 \times 10^{-6}$ |
| 1 kcal | 4190 | $1,16 \times 10^{-3}$ | 427 | 1 | $1,58 \times 10^{-3}$ |
| 1 chh | $2,65 \times 10^6$ | 0,736 | $2,7 \times 10^5$ | 632 | 1 |

| Puissance | watt W 1 W = 1 J/s = 1 Nm/s | $\frac{\text{kpm}}{\text{s}}$ | ch | $\frac{\text{kcal}}{\text{s}}$ |
|----------------------------------|--------------------------------|-------------------------------|-----------------------|--------------------------------|
| 1 W (SI) | 1 | 0,102 | $1,36 \times 10^{-3}$ | $2,39 \times 10^{-4}$ |
| 1 $\frac{\text{kpm}}{\text{s}}$ | 9,81 | 1 | $\frac{1}{75}$ | $2,34 \times 10^{-3}$ |
| 1 ch | 736 | 75 | 1 | 0,176 |
| 1 $\frac{\text{kcal}}{\text{s}}$ | 4190 | 427 | 5,69 | 1 |

Les nombres donnés dans ce tableau sont des valeurs pratiques arrondies au 3e chiffre. Voici quelques valeurs exactes :
 $g_n = 9,806\,65 \text{ m/s}^2$, 1 kcal = 4186,8 J, 1 ch = 735,498 W, 1 atm = 1,013 25 bar, 1 Torr = 1 mm Hg = 1,332 24 mbar.

Etant donné que la technique et la physique appliquent les mêmes unités – unités SI –, le Système International a pour mission de remplacer tous les systèmes de mesure en vigueur jusqu'à présent, différents du SI.

Structure

Le Système International comprend trois classes d'unités : *unités de base*, *unités supplémentaires* et *unités dérivées*.

1. Tout le système d'unités SI est défini exactement par *sept unités de base* :

| | | |
|---------------------------------|------------|-----|
| longueur | mètre | m |
| masse | kilogramme | kg |
| temps | seconde | s |
| intensité de courant électrique | ampère | A |
| température thermodynamique | kelvin | K |
| quantité de matière | mole | mol |
| intensité lumineuse | candela | cd |

L'unité de base mol a seulement une valeur scientifique.

Les définitions exactes des unités de base sont données en page 17.

Au niveau de nos connaissances actuelles, toute grandeur physique mesurable peut être exprimée en fonction d'une combinaison de ces 7 unités de base.

2. Deux unités, appelées *unités supplémentaires*, permettent de mesurer les angles :

Angle plan : le radian, rad Angle solide : le stéradian, sr

Le radian et le stéradian peuvent être traités, soit comme unités de base, soit comme unités dérivées.

3. Les *unités dérivées* sont le résultat de la combinaison algébrique des unités mentionnées ci-dessus. Elles sont définies par les équations dimensionnelles, équations dans lesquelles les unités de base sont introduites en utilisant les signes mathématiques de multiplication et de division; l'unité dérivée en sortira sous la forme d'un produit ou d'un quotient.

Ex. : produit Nm, quotient m/s.

De l'équation de définition à l'équation dimensionnelle

Afin de mieux comprendre les relations qui lient les unités, précisons la manière de s'exprimer en physique. Les phénomènes naturels, les états, les actions sont décrits au moyen de notions variables et mesurables appelées *grandeurs*. Exemples : longueur l , volume V , temps t , masse m , force F , température ϑ , etc. Mesurer une grandeur c'est la *comparer* à une grandeur de même espèce : l'*unité* (le mètre m, la seconde s, l'ampère A, ...). Ainsi, la mesure d'une grandeur conduit à un nombre qui indique *combien de fois* l'unité peut être contenue dans la grandeur :

$$\text{nombre} = \frac{\text{grandeur}}{\text{unité}} \quad \text{ou encore} \quad \boxed{\text{grandeur} = \text{nombre} \times \text{unité}}$$

Pour que l'interprétation d'une grandeur ne laisse pas de doute, l'unité doit toujours accompagner le nombre. Exemples : $l = 5 \text{ m}$, $t = 20 \text{ s}$, $F = 12 \text{ N}$.

Une grandeur peut être *mesurée* en la comparant à l'unité, ou *calculée* en utilisant son *équation de définition*.

Exemples : aire = longueur \times largeur ($A = l \cdot b$), force = masse \times accélération ($F = m \cdot a$).

Dès l'instant où un système d'unités de base a été choisi, les *unités des grandeurs dérivées* ne peuvent plus être fixées arbitrairement, mais doivent dériver des *équations dimensionnelles*. L'équation di-

mensionnelle n'est rien d'autre que l'équation de définition dans laquelle les symboles des grandeurs sont placés entre crochets [] : par cette présentation, ils reçoivent le caractère d'unité. Exemple : [l] se lit "unité de longueur" et sera remplacé dans l'équation dimensionnelle par m (mètre). Définissons l'unité SI de vitesse : l'équation de définition $v = s/t$ nous conduit à l'équation dimensionnelle, et par elle à l'unité de vitesse :

$$[v] = \frac{[s]}{[t]} = \frac{m}{s} = m \cdot s^{-1}$$

Autres exemples.

Unité SI de force : équation de définition : $F = m \cdot a$
 équation dimensionnelle : $[F] = [m] \cdot [a] = kg \cdot \frac{m}{s^2} = \frac{kgm}{s^2} = \text{newton} = N$

Unité SI de puissance : équation de définition : $P = \frac{F \cdot s}{t}$
 équation dimensionnelle : $[P] = \frac{[F] \cdot [s]}{[t]} = \frac{N \cdot m}{s} = \text{watt} = W$

Certaines unités dérivées employées fréquemment, ont été désignées par un *nom* afin d'en faciliter la lecture et l'écriture. Dans ces cas, *seul le nom* représente l'unité, et non plus l'expression de dérivation !

Exemples : le kgm/s^2 n'est *pas* l'unité de force, mais : newton N ;

le watt W est l'unité de puissance, et *non* les expressions J/s et Nm/s.

Par contre, certaines unités dérivées n'ont pas de nom particulier : m^3 , m/s, kg/m^3 , etc.

Lors du développement de certaines équations dimensionnelles, le nom particulier de l'unité ou son symbole doit être remplacé par l'expression de dérivation. Il en va de même lorsqu'on veut vérifier l'exactitude d'une équation de définition : $Hz \rightarrow \frac{1}{s}$, $\Omega \rightarrow V/A$, $J \rightarrow Nm$, $W \rightarrow J/s \rightarrow Nm/s$, $C \rightarrow As$, $Wb \rightarrow Vs$, $T \rightarrow Wb/m^2 \rightarrow Vs/m^2$, $rad \rightarrow m/m$, etc.

Exemple : $[m] = \frac{[F]}{[a]} = \frac{N \cdot s^2}{m} = \frac{kg \cdot m \cdot s^2}{s^2 \cdot m} = kg$.

Chaque grandeur a *une seule* unité SI.

Cohérence des unités SI

Un système d'unités est dit *cohérent* lorsque les unités dérivées sont obtenues par l'utilisation d'un nombre aussi réduit que possible d'unités de base dans des relations géométriques ou physiques, où les facteurs numériques sont *toujours ramenés à 1*.

Exemples : $1 m \cdot 1 m = 1 m^2$, $1 V \cdot 1 A = 1 W$, $\frac{1 N \cdot 1 m}{1 s} = 1 W$ } facteur numérique toujours égal à 1

Toutes les unités SI sont cohérentes.

Par contre sont *incohérentes* toutes les unités dont le facteur numérique n'est pas égal à 1.

Exemples : $1 ch = 75 kpm/s$, $1 kcal = 427 kpm$.

Unités hors du SI, pouvant être utilisées avec les unités SI.

Certaines unités, hors du SI, sont néanmoins reconnues par le CIPM¹⁾ comme devant être maintenues en raison de leur importance pratique ou en raison de leur intérêt dans des domaines particuliers.

| Unités de temps | | Unités d'angle | Unité de capacité | Unité de masse | Unité de pression pour les fluides | |
|-----------------|-----|----------------|-------------------|----------------|------------------------------------|--------------|
| minute | min | degré ° | litre l | tonne t | bar | bar |
| heure | h | minute ' | | | | (invariable) |
| jour | d | seconde '' | | | | |

1) CIPM = Comité International des Poids et Mesures

Multiples des unités SI

Les préfixes SI ci-dessous peuvent être utilisés pour former les multiples ou sous-multiples *décimaux* des unités SI. Le symbole d'un préfixe est combiné avec le symbole de l'unité auquel il est directement lié, sans espace et sans point de multiplication : il forme avec lui une *nouvelle unité* qui peut être combinée avec d'autres unités. Exemple : kW et non k · W.

| Facteur par lequel l'unité est multipliée | Préfixe | | Facteur par lequel l'unité est multipliée | Préfixe | |
|-------------------------------------------|---------|---------|-------------------------------------------|---------|---------|
| | Nom | Symbole | | Nom | Symbole |
| 10^{12} | téra | T | 10^{-1} | déci | d |
| 10^9 | giga | G | 10^{-2} | centi | c |
| 10^6 | mega | M | 10^{-3} | milli | m |
| 10^3 | kilo | k | 10^{-6} | micro | μ |
| 10^2 | hecto | h | 10^{-9} | nano | n |
| 10 | déca | da | 10^{-12} | pico | p |
| 10^{-15} | peta | P | 10^{-15} | femto | f |
| 10^{-18} | exa | E | 10^{-18} | atto | a |

Remarque 1. Les préfixes composés ne doivent pas être employés; par exemple, écrire nm (nanomètre) et non mμm (millimicromètre).

Remarque 2. Les normes recommandent l'emploi d'un seul préfixe pour former un multiple d'une unité SI composée.

Exemples : N · m se convertira en N · mm ou encore en kN · m
A/m² se convertira en A/cm² ou encore en MA/m²

Le daN/mm², utilisé principalement en résistance des matériaux, en a deux. Raison : l'équivalence avec le système des mécaniciens MKpS s'en trouve facilitée. 1 kp/mm² ≈ 1 daN/mm², avec 2 % d'erreur. Cependant, seul le N/mm² devra être conservé.

Remarque 3. Il n'y a pas de préfixe pour les unités d'angle et les unités de température.

Remarque 4. Du fait que l'unité de base pour la masse kg contient le préfixe SI "kilo", les noms des multiples et sous-multiples sont composés avec le mot "gramme". Exemple : mg (milligramme) et non pas μkg (microkilogramme). La tonne t et ses multiples est acceptée par ISO.

Recommandations pour l'application des préfixes

Le choix d'un multiple ou sous-multiple d'une unité SI est régi, avant tout, par la commodité d'emploi qui en résulte. On le choisira de telle sorte que la valeur numérique soit comprise entre 0,1 et 1000.

Exemples :

| Unités SI | Conversion | Unités pratiques |
|--------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------|
| 30 000 W | $30 \cdot 10^3$ W | 30 kW |
| 8 000 N | $8 \cdot 10^3$ N | 8 kN ou 800 daN |
| 0,0025 s | $2,5 \cdot 10^{-3}$ s | 2,5 ms |
| 0,0582 m | $58,2 \cdot 10^{-3}$ m | 58,2 mm |
| 680 000 N/m ² ou Pa | $680 \cdot 10^3$ N/m ² | 680 kN/m ² ou 680 kPa |
| ou encore | $6,8 \cdot 10^5$ N/m ² | 6,8 bar |
| 0,000 000 028 F | $28 \cdot 10^{-9}$ F | 28 nF |
| 370 000 000 N/m ² | $370 \cdot 10^6$ N/m ² = $370 \frac{10^6 \text{ N}}{10^6 \text{ mm}^2}$ | 370 N/mm ² ou 37 daN/mm ² |

Préfixes et calculs

L'utilisation des multiples et sous-multiples dans les calculs peut conduire à des erreurs; il est facile de les éviter en exprimant toutes les grandeurs en unités SI, c'est-à-dire en exprimant les données du calcul en puissance de 10. Exemple : $C = 80 \mu\text{F} = 80 \cdot 10^{-6} \text{ F}$, $U = 220 \text{ kV} = 220 \cdot 10^3 \text{ V}$, $p = 3 \text{ bar} = 3 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ ou Pa, $F = 50 \text{ daN} = 500 \text{ N}$, $m = 12 \text{ t} = 12 \cdot 10^3 \text{ kg}$, $f = 25 \text{ MHz} = 25 \cdot 10^6 \text{ 1/s}$.

Façon d'écrire les symboles des grandeurs, des unités et des préfixes

| | | |
|----------------------------------|----------|-----------------------------------------|
| Symbole des grandeurs (formules) | italique | $m, F, d, \mu, A, N, W, \rho$ |
| Symboles des unités | droite | $\text{m, F, kg, s, A, N, W}$ |
| Symboles des préfixes | droite | $\text{m, f, d, } \mu, \text{ M, k, n}$ |

Ce formulaire (FORTEC) est imprimé en respectant cette règle, ce qui évite des confusions dans l'interprétation des symboles. Cette différenciation n'est plus possible dans l'écriture manuelle.

Un symbole n'est jamais suivi d'un point d'abréviation; il suit immédiatement le nombre et reste invariable. Exemples : 15 m, 3 A, 20 Pa.

Par contre, tous les noms d'unités sont des noms communs, même s'ils dérivent du nom d'un savant; leur initiale est une lettre minuscule et ils suivent au pluriel les règles habituelles de la grammaire.

Exemple : trois newtons, quinze watts, huit pascals.

S'il y a risque de confusion entre le symbole d'un multiple ou sous-multiple (ex. : millinewton mN) et celui d'une unité dérivée (ex. : newtonmètre Nm), il est indispensable de différencier clairement le symbole de l'unité dérivée par l'emploi du signe de multiplication (\cdot) ou de division ($-$) ($/$). Exemples :

| | | | | | |
|---------------------------------|-------------------------------------------------------------------|------------|-----------------------------------------------------|---------------|------------------------------------------------------------------------------------------|
| Newtonmètre \rightarrow | $\text{N} \cdot \text{m}$ ↓ avec point de multiplication | plutôt que | Nm ↓ sans point de multiplication | , mais jamais | mN ↓ qui se lit "millinewton" |
| Mètre par seconde \rightarrow | $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ | ou bien | m/s | ou encore | $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, mais jamais |
| | | | | | $\text{ms}^{-1} = \frac{1}{\text{ms}}$ ↓ ↓ qui se lit "milliseconde réciproque" |

Prononciation

Le signe du quotient ($-$) ou ($/$) doit être lu "par" ou "à la, au".

| | | | | |
|------------|-----------------|-----------------------------|----|----------------------------|
| Exemples : | m/s | mètre par seconde | ou | mètre à la seconde |
| | km/h | kilomètre par heure | ou | kilomètre à l'heure |
| | rad/s | radian par seconde | ou | radian à la seconde |
| | A/mm^2 | ampère par millimètre carré | ou | ampère au millimètre carré |

La stricte observation des règles concernant les noms et symboles d'unités doit être regardée comme un souci d'honnêteté, voir d'élégance professionnelle !

| Grandeur physique | | Unité SI | | Relations | |
|---------------------------------|---------------------------------------------|-----------------------------------|------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| Nom | Symbole | Nom | Symbole | | |
| Espace et temps | | | | | |
| angle plan | $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \text{etc}$ | radian | rad | $1 \text{ rad} = \frac{1 \text{ m}}{1 \text{ m}} = 1 \frac{\text{m}}{\text{m}} = 1$ grandeur sans dimensions | |
| angle solide | Ω | stéradian | sr | $1 \text{ sr} = \frac{1 \text{ m}^2}{1 \text{ m}^2} = 1 \frac{\text{m}^2}{\text{m}^2} = 1$ grandeur sans dimensions | |
| longueur | l | mètre | m | $1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$ $1 \text{ mille} = 1852 \text{ m}$ $1 \text{ mile} = 1609,344 \text{ m}$ $1 \text{ UA} = 1,49597870 \times 10^{11} \text{ m}$ $1 \text{ pc} = 206265 \text{ UA}$ $1 \text{ pc} = 3,0857 \times 10^{16} \text{ m}$ | |
| largeur | b | ångström | Å | | |
| hauteur | h | mille marin: mille | | | |
| épaisseur | s | mile (terrestre) | | | |
| longueur curviligne | s | unité astronomique | UA | | |
| rayon | r | parsec | pc | | |
| diamètre | d, D | inch (pouce) | in | $1 \text{ in} = 25,4 \text{ mm}$ $1 \text{ yd} = 0,9144 \text{ m}$ | |
| chemin parcouru | s | yard | yd | | |
| aire, superficie | A | mètre carré | m ² | $1 \text{ a} = 100 \text{ m}^2$ $1 \text{ ha} = 10000 \text{ m}^2 = 100 \text{ a}$ | |
| | | are | a | | |
| | | hectare | ha | | |
| Volume | V | mètre cube | m ³ | $1 \text{ litre} = 1 \text{ dm}^3 = 0,001 \text{ m}^3$ $1 \text{ gal (US)} = 3,78541 \text{ dm}^3$ $1 \text{ bbl (US)} = 158,987 \text{ dm}^3 = 42 \text{ gal}$ | |
| | | litre | | | |
| | | gallon (US) | gal | | |
| | | barrel (US) | bbl | | |
| temps, durée | t | seconde | s | $1 \text{ km/h} = \frac{1}{3,6} \text{ m/s}$ $1 \text{ nœud} = 0,5144 \text{ m/s}$ $1 \text{ nœud} = 1,852 \text{ km/h}$ | |
| intervalle de temps | Δt | | | | |
| vitesse | v | mètre par seconde | m/s | | |
| | | kilomètre par heure | km/h | $1 \text{ km/h} = \frac{1}{3,6} \text{ m/s}$ $1 \text{ nœud} = 0,5144 \text{ m/s}$ $1 \text{ nœud} = 1,852 \text{ km/h}$ | |
| | | nœud = 1 mille marin par heure | | | |
| vitesse angulaire | ω | radian par seconde | rad/s | | |
| accélération | a | mètre par seconde carrée | m/s ² | $g_n = 9,80665 \text{ m/s}^2$ | |
| accélération due à la pesanteur | g | mètre par seconde carrée | m/s ² | | |
| Mouvements périodiques | | | | | |
| période | T | seconde | s | $1 \text{ Hz} = 1/\text{s} = 1 \text{ s}^{-1}$ $1 \text{ tr/s} = 1/\text{s} = 1 \text{ s}^{-1}$ $1 \text{ rad/s} = 1/\text{s} = 1 \text{ s}^{-1}$ | |
| fréquence | f | hertz | Hz | | |
| fréquence de rotation | n | tour par seconde | tr/s ou 1/s | | |
| pulsation | ω | radian par seconde | rad/s ou 1/s | | |
| longueur d'onde | λ | mètre | m | | |
| Mécanique | | | | | |
| masse | m | kilogramme | kg | $1 \text{ g} = 0,001 \text{ kg}$ $1 \text{ q} = 100 \text{ kg}$ $1 \text{ t} = 1000 \text{ kg}$ $1 \text{ ct} = 0,2 \text{ g}$ $1 \text{ once} = 31,15 \text{ g}$ | |
| (lire remarque p. 20) | | gramme | g | | |
| | | quintal | q | | |
| | | tonne | t | | |
| | | carat métrique | ct | | |
| | | once (métaux précieux) | | | |

14 Tableaux des grandeurs physiques

| Grandeur physique | | Unité SI | | Relations |
|--------------------------------------------------------------|------------------|------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Nom | Symbole | Nom | Symbole | |
| Mécanique (suite) | | | | |
| masse volumique | ρ | kilogramme par mètre cube | kg/m^3 | $1 \text{ kg/m}^3 = 10^{-3} \text{ kg/dm}^3$ $1 \text{ kg/dm}^3 = 1 \text{ g/cm}^3$ |
| densité relative | d | grandeur sans dimension | | |
| volume massique | v | mètre cube par kilogramme | m^3/kg | |
| débit-masse | q_m | kilogramme par seconde | kg/s | |
| débit-volume | q_v | mètre cube par seconde | m^3/s | |
| force | F | newton | N | $1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2$ |
| | | kilogramme-force ou | | |
| | | kilopond | kp | $1 \text{ kp} = 9,80665 \text{ N}$ |
| | | dyne | dyn | $1 \text{ dyn} = 10^{-5} \text{ N}$ |
| force de la pesanteur ou force de gravité ou pesanteur | G | newton | N | |
| moment d'une force | M | newton mètre | Nm | |
| moment d'un couple | T | newton mètre | Nm | |
| pression relative | p | pascal | Pa | $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2 = 1 \text{ kg}/(\text{m} \cdot \text{s}^2)$ |
| pression absolue | p_{abs} | bar | bar | $1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa} = 0,1 \text{ MPa}$ |
| | | (seulement pour les fluides) | | $1 \text{ mbar} = 100 \text{ Pa}$ |
| pression atmosphérique | p_{atm} | atmosphère normale | atm | $1 \text{ atm} = 101325 \text{ Pa}$ |
| | | atmosphère technique | at | $1 \text{ atm} = 760 \text{ mm Hg}$ $1 \text{ at} = 98066,5 \text{ Pa} = 0,980665 \text{ bar}$ $1 \text{ at} = 1 \text{ kp/cm}^2$ |
| | | millimètre de mercure | mm Hg | $1 \text{ mm Hg} = 133,322 \text{ Pa}$ |
| | | millimètre d'eau | mm H ₂ O | $1 \text{ mm H}_2\text{O} = 9,80665 \text{ Pa}$ $1 \text{ mm Hg} = 13,5951 \text{ mm H}_2\text{O}$ |
| tension normale (traction, compression) | σ | mégapascal | MPa | $1 \text{ MPa} = 10^6 \text{ Pa}$ |
| tension tangentielle (cisaillement) | τ | newton par mm ² | N/mm ² | $1 \text{ N/mm}^2 = 1 \text{ MPa} = 100 \text{ N/cm}^2$ |
| module d'élasticité longitudinale | E | newton par cm ² | N/cm ² | $1 \text{ N/cm}^2 = 0,01 \text{ N/mm}^2$ |
| module d'élasticité de glissement | G | | | |
| allongement de rupture | δ | pourcent | % | |
| moment statique d'une surface | M_s | | mm ³ , cm ³ | |
| moment d'inertie de surface | I | | mm ⁴ , cm ⁴ | |
| module d'inertie | W | | mm ³ , cm ³ | $W = I/v$ |
| coefficient de frottement d'adhérence | μ_o | grandeur sans dimension | | |
| coefficient de frottement de glissement | μ | grandeur sans dimension | | |
| coefficient de résistance au roulement | μ^r | grandeur sans dimension | | |

| Grandeur physique Nom | Symbole | Unité SI Nom | autres unités | Symbole | Relations |
|----------------------------------------------------|---------------------------|-----------------------------|-------------------------|---------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Mécanique (suite) | | | | | |
| travail, énergie | W | joule | | J | $1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot \text{m} = 1 \text{ W} \cdot \text{s} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$ |
| énergie potentielle | W_p | | kilowattheure | kWh | $1 \text{ kWh} = 1 \text{ kW} \cdot 1 \text{ h} = 3,6 \text{ MJ}$ |
| énergie cinétique | W_c | | | | |
| puissance | P | watt | | W | $1 \text{ W} = 1 \text{ J/s} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^3$ |
| | | | cheval vapeur | ch | $1 \text{ ch} = 735,499 \text{ W}$ |
| rendement | η | | grandeur sans dimension | | |
| Température et chaleur | | | | | |
| température thermodynamique ou température absolue | T | kelvin | | K | $T_K = \theta_C + 273,15$ |
| température Celsius | θ | degré Celsius | | °C | $\theta_C = T_K - 273,15$ |
| intervalle de température | $\Delta T, \Delta \theta$ | kelvin, degré Celsius | | K, °C | $1 \text{ K} = 1^\circ\text{C}$ |
| coefficient de dilatation linéaire | α | | | $1/\text{K} = \text{K}^{-1}$ | |
| coefficient de dilatation volumique | γ | | | $1/\text{K} = \text{K}^{-1}$ | |
| quantité de chaleur | Q | joule | | J | |
| | | | kilocalorie | kcal | $1 \text{ kcal} = 4186,8 \text{ J}$ |
| flux thermique | Φ | watt | | W | |
| conductivité thermique | λ | watt par mètre kelvin | | $\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ | $1 \text{ kcal}/(\text{m} \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{C}) = 1,163 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ |
| chaleur massique | c | joule par kilogramme kelvin | | $\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ | $1 \text{ kcal}/(\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}) = 4186,8 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ |
| chaleur massique de fusion | l_F | joule par kilogramme | | J/kg | |
| chaleur massique de vaporisation | l_V | joule par kilogramme | | J/kg | |
| Electrotechnique | | | | | |
| tension, différence de potentiel électrique | U | volt | | V | $1 \text{ V} = 1 \text{ kgm}^2/(\text{As}^3) = 1 \text{ W/A} = 1 \text{ J/C}$ |
| force électromotrice | E | volt | | V | |
| intensité de courant électrique | I | ampère | | A | |
| résistance ohmique | R | ohm | | Ω | $1 \Omega = 1 \text{ kgm}^2/(\text{A}^2\text{s}^3) = 1 \text{ V/A}$ |
| conductance, admittance | G | siemens | | S | $1 \text{ S} = 1 \Omega^{-1} = 1 \text{ A/V}$ |
| résistivité | ς | ohm-mètre | | $\Omega \cdot \text{m}$ | $1 \Omega \cdot \text{m} = 10^6 \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$ |
| conductivité | γ | 1/ohm-mètre | | $1/(\Omega \cdot \text{m})$ | $1/(\Omega \cdot \text{m}) = 1 (\Omega \cdot \text{m})^{-1}$ |
| puissance active | P | watt | | W | $1 \text{ W} = 1 \text{ J/s} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^3$ |
| puissance réactive | Q | volt-ampère réactif | | var | |
| puissance apparente | S | volt-ampère | | VA | |
| énergie, travail | W | joule | | J | $1 \text{ J} = \text{N} \cdot \text{m} = 1 \text{ W} \cdot \text{s} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$ |
| | | | kilowattheure | kWh | $1 \text{ kWh} = 3600000 \text{ J}$ |
| quantité d'électricité | Q | coulomb | | C | $1 \text{ C} = 1 \text{ A} \cdot \text{s}$ |
| | | | ampère-heure | Ah | $1 \text{ Ah} = 3600 \text{ C}$ |
| fréquence | f | hertz | | Hz | $1 \text{ Hz} = 1/\text{s} = 1 \text{ s}^{-1}$ |
| densité de courant | J | ampère par mètre carré | | A/m^2 | |
| pulsation | ω | radian par seconde | rad/s | ou 1/s | $1 \text{ rad/s} = 1/\text{s} = 1 \text{ s}^{-1}$ |
| impédance | Z | ohm | | Ω | |
| réactance | X | ohm | | Ω | |

16 Tableaux des grandeurs physiques

| Grandeur physique | | Unité SI | | Relations |
|-------------------------------|------------|------------------|---------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Nom | Symbole | Nom | Symbole | |
| Magnétisme | | | | |
| flux magnétique | Φ | weber | Wb | $1 \text{ Wb} = 1 \text{ V} \cdot \text{s} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 / (\text{A} \cdot \text{s}^2)$ $1 \text{ T} = 1 \text{ Wb/m}^2 = 1 \text{ V} \cdot \text{s/m}^2 = 1 \text{ kg}/(\text{A} \cdot \text{s}^2)$ |
| induction magnétique | B | tesla | T | |
| intensité de champ magnétique | H | ampère par mètre | A/m | |
| inductance, perméance | L | henry | H | $1 \text{ H} = 1 \text{ V} \cdot \text{s/A}$ $1 \text{ H/m} = 1 \text{ Tm/A} = 1 \text{ N/A}^2$ |
| perméabilité absolue | μ | henry par mètre | H/m | |
| capacité | C | farad | F | $1 \text{ F} = 1 \text{ C/V} = 1 \text{ A} \cdot \text{s/V}$ |
| permittivité (absolue) | ϵ | farad par mètre | F/m | |
| Technique d'éclairage | | | | |
| intensité lumineuse | I | candela | cd | $1 \text{ lm} = 1 \text{ cd} \cdot \text{sr}$ $1 \text{ lx} = 1 \text{ lm/m}^2 = 1 \text{ cd} \cdot \text{st/m}^2$ |
| flux lumineux | Φ | lumen | lm | |
| éclairement | E | lux | lx | |

Notes

Unités de base

| | |
|-------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Mètre | L'unité de base 1 mètre est la longueur du trajet parcouru dans le vide par la lumière pendant une durée de $1/299\,792\,458$ de seconde. 1983. |
| Kilogramme | Le kilogramme est l'unité de masse; il est égal à la masse du prototype international du kilogramme. 1 ^{ère} CGPM, 1889, et 3 ^e CGPM, 1901. |
| Seconde | La seconde est la durée de $9\,192\,631\,770$ périodes de la radiation correspondant à la transition entre les deux niveaux hyperfins de l'état fondamental de l'atome de césium 133. 13 ^e CGPM, 1967. |
| Ampère | L'ampère est l'intensité d'un courant électrique constant qui, maintenu dans deux conducteurs parallèles, rectilignes, de longueur infinie, de section circulaire négligeable, et placés à une distance de 1 mètre l'un de l'autre dans le vide, produirait entre ces conducteurs une force égale à $2 \cdot 10^{-7}$ newton par mètre de longueur. 9 ^e CGPM, 1948. |
| Kelvin | Le kelvin, unité de température thermodynamique, est la fraction $1/273,16$ de la température thermodynamique du point triple de l'eau. 13 ^e CGPM, 1967. |
| Mole | La mole est la quantité de matière d'un système contenant autant d'entités élémentaires qu'il y a d'atomes dans 0,012 kilogramme de carbone 12. Lorsqu'on emploie la mole, les entités élémentaires doivent être spécifiées et peuvent être des atomes, des molécules, des ions, des électrons, d'autres particules ou des groupements spécifiés de telles particules. 14 ^e CGPM, 1971. |
| Candela | La candela est l'intensité lumineuse, dans une direction donnée, d'une source qui émet un rayonnement monochromatique de fréquence $540 \cdot 10^{12}$ hertz, et dont l'intensité énergétique dans cette direction est de $1/683$ watt par stéradian. 17 ^e CGPM, 1977. |

Unités supplémentaires

| | |
|------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Radian | Le radian est l'angle plan compris entre deux rayons qui interceptent, sur la circonférence d'un cercle, un arc de longueur égale à celle du rayon. Recommandation ISO/R 31, 1965 ¹⁾ . |
| Steradian | Le stéradian est l'angle solide qui, ayant son sommet au centre d'une sphère, découpe, sur la surface de cette sphère, une aire égale à celle d'un carré ayant pour côté le rayon de la sphère. Recommandation ISO/R 31, 1965. |

1) CGPM = Conférence Générale des Poids et Mesures.

2) ISO = International Organization for Standardization (= Organisation internationale de normalisation).

18 Constantes physiques

| | Substance | Masse volumique | | | Densité relative à l'air normal ¹⁾ d | Température | | |
|----|--------------------------------------------|----------------------------------------|-----------------------------------------|--------------------------------------------------|------------------------------------------------------------|------------------------------|--------------------------------------------------|----|
| | | solide ρ [kg/dm ³] | liquide ρ [kg/dm ³] | gaz ¹⁾ ρ [kg/m ³] | | de fusion θ_F [°C] | de vaporisation ²⁾ θ_V [°C] | |
| 1 | Acier Ac | 7,85 | | | | ≈ 1500 | ≈ 2500 | 1 |
| 2 | Acétylène C ₂ H ₂ | | | 1,18 | 0,913 | - 84 | - 81 | 2 |
| 3 | Air 23% O ₂ +76% N ₂ | | | 1,293 | 1 | - 220 | - 194 | 3 |
| 4 | Aluminium Al | 2,7 | | | | 660 | 2057 | 4 |
| 5 | Amiante, panneau d' | ~2,5 | | | | | | 5 |
| 6 | Argent Ag | 10,5 | | | | 961 | 2212 | 6 |
| 7 | Azote N | | | 1,03 | | - 210 | - 196 | 7 |
| 8 | Béton de gravier | 2,2...2,5 | | | | | | 8 |
| 9 | Bronze CuSn | 8,7...8,8 | | | | | 1063 | 9 |
| 10 | Butane C ₄ H ₁₀ | | | 2,7 | 2,09 | - 135 | 1 | 10 |
| 11 | Carbone (graphite) C | 2,25 | | | | ≈ 3600 | 4827 | 11 |
| 12 | Carbone, monoxyde de CO | | | 1,25 | 0,967 | - 205 | - 190 | 12 |
| 13 | Carbone, bioxyde de CO ₂ | 1,56 | 1,1 | 1,98 | 1,53 | ³⁾ - 57 | ³⁾ - 78 | 13 |
| 14 | Chrome Cr | 7,19 | | | | 1890 | 2475 | 14 |
| 15 | Cuivre électrolytique Cu | 8,9 | | | | 1083 | 2595 | 15 |
| 16 | Eau à 4°C H ₂ O | | 1 | | | 0 | 100 | 16 |
| 17 | Eau, vapeur à 100°C | | | 0,81 | | 0 | 100 | 17 |
| 18 | Etain Sn | 7,3 | | | | 232 | 2270 | 18 |
| 19 | Fer Fe | 7,9 | | | | 1528 | 2735 | 19 |
| 20 | Fonte grise Ft | 7,3 | | | | 1200 | 2500 | 20 |
| 21 | Gazoil (mazout de chauffage) | | 0,83 | | | | | 21 |
| 22 | Glace à 0°C | 0,917 | | | | 0 | 100 | 22 |
| 23 | Huile minérale de graissage | 0,91 | | | | - 5 | 175...300 | 23 |
| 24 | Hydrogène H ₂ | | 0,07 | 0,09 | 0,07 | - 259 | - 252,7 | 24 |
| 25 | Laine de verre, minérale | 0,1...0,2 | | | | | | 25 |
| 26 | Laiton | 8,5...8,8 | | | | 900...980 | ≈ 2300 | 26 |
| 27 | Liège, panneau | 0,16 | | | | | | 27 |
| 28 | Mercure Hg | | 13,6 | | | - 39 | 361 | 28 |
| 29 | Méthane CH ₄ | | | 0,72 | 0,556 | - 184 | - 164 | 29 |
| 30 | Nickel Ni | 8,9 | | | | 1455 | 2730 | 30 |
| 31 | Nylon | 1,14 | | | | 200...260 | | 31 |
| 32 | Or Au | 19,3 | | | | 1063 | 2966 | 32 |
| 33 | Oxygène O ₂ | | | 1,43 | 1,1 | - 218 | - 183 | 33 |
| 34 | Platine Pt | 21,4 | | | | 1770 | 3827 ± 100 | 34 |
| 35 | Plomb Pb | 11,3 | | | | 327 | 1744 | 35 |
| 36 | Porcelaine | 2,2...2,5 | | | | 1670 | | 36 |
| 37 | Verre à vitre | 2,5 | | | | ~ 700 | | 37 |
| 38 | Zinc Zn | 7,14 | | | | 419 | | 38 |

¹⁾ gaz à l'état normal: voir page 67

²⁾ sous 1 bar

³⁾ sous 5,2 bar

Classification périodique des éléments: voir page 39

Unités de ρ : 1 kg/dm³ = 1 g/cm³ = 1000 kg/m³

| | Chaleur massique | | | | Conductivité thermique λ [W/(m·K)] | Dilatation | | |
|----|------------------|----------------------|---------------------|--------------------|--------------------------------------------------|------------------------------------------------------|-----------------------------|----|
| | solide | liquide c_l | de fusion | de vaporisation | | linéaire (solide) ^{*)} α [1/K] | volumique γ [1/K] | |
| | c_s [J/(kg·K)] | gaz c_p [J/(kg·K)] | l_F [J/kg] | l_v [J/kg] | | | | |
| 1 | 460 | | | | 47 | $12 \cdot 10^{-6}$ | | 1 |
| 2 | | $c_p = 1670$ | | | 77 | | | 2 |
| 3 | | $c_p = 1000$ | | | 100 | | $G 3,67 \cdot 10^{-3}$ | 3 |
| 4 | 904 | | $0,396 \cdot 10^6$ | $9,47 \cdot 10^6$ | 209 | $23,8 \cdot 10^{-6}$ | | 4 |
| 5 | | | | | 0,7 | | | 5 |
| 6 | 234 | | $0,105 \cdot 10^6$ | $2,36 \cdot 10^6$ | 419 | $19,7 \cdot 10^{-6}$ | | 6 |
| 7 | | | | | | | | 7 |
| 8 | 880 | | | | 0,8...1,4 | $12 \cdot 10^{-6}$ | | 8 |
| 9 | 357 | | | | | $18 \cdot 10^{-6}$ | | 9 |
| 10 | | | | | | | | 10 |
| 11 | 720 | | $3,83 \cdot 10^6$ | | 5 | | | 11 |
| 12 | | $c_p = 1050$ | | | 95 | | | 12 |
| 13 | | $c_p = 880$ | | | | | $G 3,72 \cdot 10^{-3}$ | 13 |
| 14 | 452 | | | | | $6,2 \cdot 10^{-6}$ | | 14 |
| 15 | 394 | | $0,205 \cdot 10^6$ | $4,8 \cdot 10^6$ | 372 | $16,5 \cdot 10^{-6}$ | | 15 |
| 16 | | $c_l = 4187$ | $0,335 \cdot 10^6$ | | 0,58 | | $0,18 \cdot 10^{-3}$ | 16 |
| 17 | | $c_p = 1930$ | | $2,257 \cdot 10^6$ | 75 | | | 17 |
| 18 | 250 | | $0,061 \cdot 10^6$ | $2,4 \cdot 10^6$ | 64 | $23,0 \cdot 10^{-6}$ | | 18 |
| 19 | 450 | | $0,267 \cdot 10^6$ | $6,34 \cdot 10^6$ | ≈ 53 | $12,5 \cdot 10^{-6}$ | | 19 |
| 20 | 532 | | | | ≈ 50 | $10,5 \cdot 10^{-6}$ | | 20 |
| 21 | | $c_l = 2090$ | | | 0,159 | | $1 \cdot 10^{-3}$ | 28 |
| 22 | 2090 | | $0,335 \cdot 10^6$ | | 1,7 | $51 \cdot 10^{-6}$ | | 22 |
| 23 | | $c_l = 1670$ | | | 0,126 | | | 23 |
| 24 | | $c_v = 14300$ | $0,063 \cdot 10^6$ | $0,45 \cdot 10^6$ | 733 | | $G 3,66 \cdot 10^{-3}$ | 24 |
| 25 | | | | | 0,03...0,07 | | | 25 |
| 26 | 390 | | | | 81...105 | $18,5 \cdot 10^{-6}$ | | 26 |
| 27 | | | | | 0,044 | | | 27 |
| 28 | | $c_l = 133$ | $0,0116 \cdot 10^6$ | $0,292 \cdot 10^6$ | 8,4 | | $0,18 \cdot 10^{-3}$ | 28 |
| 29 | | $c_p = 2220$ | | | | | | 29 |
| 30 | 440 | | $0,3 \cdot 10^6$ | $6,23 \cdot 10^6$ | 58 | $13,0 \cdot 10^{-6}$ | | 30 |
| 31 | | | | | 0,232 | $99 \cdot 10^{-6}$ | | 31 |
| 32 | 130 | | $0,0643 \cdot 10^6$ | $1,74 \cdot 10^6$ | 419 | $14,2 \cdot 10^{-6}$ | | 32 |
| 33 | | $c_p = 920$ | | $23 \cdot 10^{-3}$ | | | | 33 |
| 34 | 134 | | $0,1 \cdot 10^6$ | $2,29 \cdot 10^6$ | | $9,0 \cdot 10^{-6}$ | | 34 |
| 35 | 130 | | $0,0247 \cdot 10^6$ | $0,85 \cdot 10^6$ | 34 | $29,0 \cdot 10^{-6}$ | | 35 |
| 36 | 920 | | | | 1,0 | $4,0 \cdot 10^{-6}$ | | 36 |
| 37 | 840 | | | | 0,72 | $9 \cdot 10^{-6}$ | | 37 |
| 38 | | | | | | | | 38 |

*)entre 0 ... 100 °C

1 kcal/(m · h · °C) = 1,163 W/(m · K)

G = gaz

1 kcal/(kg · °C) = 4187 J/(kg · K)

Quantité de matière ou masse, Poids, Force de pesanteur

Recommandation SNV 12100 + DIN

Le terme "poids" désigne une **quantité de matière** et ne doit plus être utilisé dans les sciences et les techniques. On continuera de l'utiliser dans le commerce pour exprimer une quantité de matière, par exemple.

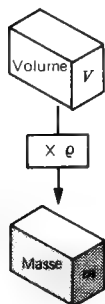
- le poids d'une plaque de beurre est 100 g ou 200 g,
- un sac de ciment pèse 50 kg,
- peser un fût contenant de l'huile, c'est vouloir déterminer son poids.

Le "poids" est une indication quantitative de masse, indépendante du lieu où s'effectue la mesure.

En revanche, si l'on veut définir la lourdeur d'un corps, c'est à dire la grandeur de la force que l'attraction terrestre exerce sur lui, il faut employer le terme de **force de gravité** ou **force de pesanteur**.

Cette force G dépend de l'accélération que subit tout corps en chute libre, dont la valeur moyenne sur la Terre a été fixée à $9,80665 \text{ m/s}^2$, valeur arrondie à $9,81 \text{ m/s}^2$.

Calcul de la masse m d'un corps



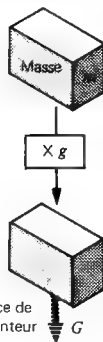
Masse = quantité de matière
masse = volume \times masse volumique

$$m = V \times \rho$$

avec :

m [kg] masse du corps
 V [dm³] volume du corps
 ρ [kg/dm³] masse volumique
(voir table page 18)

Calcul de la force de pesanteur G d'un corps



La force de pesanteur est la force avec laquelle la Terre, la Lune, etc., attirent une certaine masse.

force de pesanteur = masse \times accélération de la pesanteur

$$G = m \cdot g$$

avec

G [N] force de pesanteur du corps
 m [kg] masse du corps
 g [m/s²] accélération de la pesanteur

sur Terre : $g \approx 9,81 \text{ m/s}^2$
sur Lune : $g \approx 1,63 \text{ m/s}^2$

Potentiels Rédox E_0 et équivalents électrochimiques c

| Matière | | | Potentiels Rédox standard E_o [V] | Equivalent électrochimique c (si) [mg/C] [g/Ah] | | | |
|--------------------------------------------------------------|------------------|-----------------|----------------------------------------------|---------------------------------------------------------|--------|-------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| | Forme réduite | Forme oxydée | | | | | |
| pouvoir oxydant croissant pouvoir réducteur croissant | Aluminium | Al | Al ³⁺ | - 1,66 | 0,0932 | 0,336 | Un oxydant est un accepteur d'électrons. |
| | Zinc | Zn | Zn ²⁺ | - 0,76 | 0,3388 | 1,22 | |
| | Chrome | Cr | Cr ³⁺ | - 0,74 | 1,79 | 0,970 | Un réducteur est un donneur d'électrons. |
| | Fer | Fe | Fe ²⁺ | - 0,44 | 0,2893 | 1,04 | |
| | Cadmium | Cd | Cd ²⁺ | - 0,40 | 0,582 | 2,095 | L'équivalent électro- chimique c est la masse d'un élément libérée électrolytiquement par un coulomb. |
| | Nickel | Ni | Ni ²⁺ | - 0,23 | 0,304 | 1,095 | |
| | Étain | Sn | Sn ²⁺ | - 0,14 | 0,615 | - | |
| | Plomb | Pb | Pb ²⁺ | - 0,13 | 1,074 | 3,87 | |
| | Fer | Fe | Fe ³⁺ | - 0,03 | 0,1929 | 0,695 | |
| | Hydrogène | H ₂ | H ⁺ | 0,00 | 0,0104 | - | |
| | Cuivre | Cu | Cu ²⁺ | + 0,34 | 0,3294 | 1,187 | |
| | Cuivre | Cu | Cu ⁺ | + 0,52 | 0,6588 | 2,37 | |
| | Mercure | Hg | Hg ₂ ²⁺ | + 0,79 | 2,079 | - | |
| | Argent | Ag | Ag ⁺ | + 0,80 | 1,118 | 4,025 | |
| | Mercure | Hg | Hg ²⁺ | + 0,85 | 1,039 | - | |
| | Chlore | Cl ⁻ | Cl ₂ | + 1,36 | 0,367 | - | |
| | Or | Au | Au ³⁺ | + 1,42 | 0,680 | 2,449 | |
| | Fluor | F ⁻ | F ₂ | + 2,87 | 0,197 | - | |

*Ces potentiels sont mesurés en laboratoire dans des conditions particulières. Ils sont difficiles à vérifier dans la pratique où certains facteurs tels que température, concentration, etc. les modifient.

Coefficients de frottement d'adhérence μ_0 (calculs p. 50, 51)

Coefficients de frottement de glissement μ

| Matériau | sur matériau | Frottement d'adhérence μ_0 | | Frottement de glissement μ | |
|------------------|--------------|--------------------------------|------|--------------------------------|------|
| | | sec | gras | sec | gras |
| Acier | acier | 0,15 | 0,12 | 0,12 | 0,07 |
| | chêne | — | 0,2 | — | 0,08 |
| | glace | 0,027 | — | 0,014 | — |
| Fonte | acier | 0,33 | — | 0,18 | 0,08 |
| | fonte | — | 0,16 | 0,4 | 0,1 |
| | chêne | 0,6 | 0,11 | 0,5 | 0,1 |
| Bronze | acier | 0,19 | 0,18 | — | 0,07 |
| | bronze | — | 0,11 | 0,2 | 0,06 |
| | fonte | — | — | 0,2 | 0,08 |
| Courroie de cuir | fonte | 0,4 | 0,25 | 0,435 | 0,2 |
| | chêne | 0,5 | — | 0,4 | — |

Automobiles: (calculs p. 59, 78)

| Pneus sur chaussée | Roues tournantes (μ_0) | | | | Roues bloquées (μ) | | | |
|--------------------|------------------------------|-----------|-----------|------------|--------------------------|-----------|-----------|------------|
| | sèche | mou-illée | boue-euse | ver-glacée | sèche | mou-illée | boue-euse | ver-glacée |
| Asphalte lisse | 0,6 | 0,6 | 0,15 | < 0,1 | 0,5 | 0,3 | 0,1 | ≈ 0 |
| Béton lisse | 0,8 | 0,6 | 0,4 | < 0,1 | 0,6 | 0,5 | 0,3 | ≈ 0 |

Coefficients de résistance au roulement μ' (calculs p. 77)

Pneumatique sur route asphaltée $\mu' \approx 0,03 \dots 0,04$

Pneumatique sur route goudronnée $\mu' \approx 0,04 \dots 0,05$

Pneumatique sur chemin battu, sec $\mu' \approx 0,06 \dots 0,2$

Bras de levier f de la résistance au roulement (voir p. 51)

Acier trempé sur acier trempé (roulements) $f \approx 0,005 \dots 0,01 \text{ mm}$

Acier sur acier ou sur fonte (non trempé) $f \approx 0,5 \text{ mm}$

Pneumatiques sur asphalte $f \approx 9 \dots 15 \text{ mm}$

Remarque: Toutes les valeurs de μ , μ_0 , μ' et f données dans cette page doivent être considérées comme des approximations.

Pouvoir calorifique H_i des combustibles

| Combustibles solides et liquides | $\left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$ | Combustibles gazeux | $\left[\frac{\text{kJ}}{\text{m}^3 \text{ normal}} \right]$ |
|-------------------------------------|----------------------------------------------|------------------------|--------------------------------------------------------------|
| Alcool éthylique | 26 750 | Acétylène | 56 950 |
| Anthracite | 32 200 | Air propane | 24 700 |
| Bois sec | 15 060 | Butane | 106 700 |
| Briquelette de lignite | 20 100 | Gaz de craquage | 15 900 |
| Charbon de bois | 25 100 | Gaz de houille | 15 900 |
| Coke | 29 300 | Gaz naturel (Hollande) | 31 800 |
| Essence | 46 050 | Méthane | 35 800 |
| Houille | 28 900 | Oxyde carbone CO | 12 640 |
| Mazout de chauffage | 41 850 | Propane | 101 800 |
| Mazout pour Diesel (Gasoil) | 46 050 | | |

Pouvoir calorifique inférieur H_i : quantité de chaleur libérée par la combustion complète de 1 kilogramme-masse d'un combustible solide ou liquide, ou par 1 m³ de gaz. Formule de conversion: $1 \frac{\text{kcal}}{\text{kg}} = 4,19 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$.

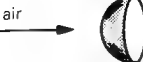

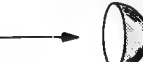

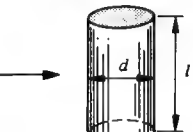


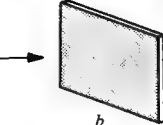
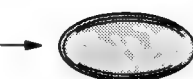

Masse volumique ϱ et mélange avec l'air de quelques carburants fluides

| Carburants fluides | Masse volumique ϱ $\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]$ $\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]$ | Mélange carburé $\left[\text{kg d'air/kg de carburant} \right]$ |
|-----------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------|
| Essence normale | 725 | 13,8/1 |
| Essence super | 730 | 14,2/1 |
| Mazout pour Diesel (Gasoil) | 830 | 14,5/1 |
| Pétrole | 820 | 16,8/1 |
| Butane | 2,7 | 15,4/1 |
| Méthane | 0,72 | 17,2/1 |
| Propane | 2,0 | 15,6/1 |

Masse volumique ϱ de l'air sec en $\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]$ en fonction de la pression barométrique et de la température de l'air

| Température de l'air [°C] | Pression de l'air | | | | | | | | |
|---------------------------------|-------------------------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|------------|--------------|----------------|
| | <div>[mbar]</div> <div>[mmHg]</div> | 893,3 670 | 906,6 680 | 919,9 690 | 933,3 700 | 946,5 710 | 960 720 | 973,2 730 | 1013,25 760 |
| 0 | | 1,1390 | 1,1560 | 1,1730 | 1,1900 | 1,2079 | 1,2249 | 1,2420 | 1,2930 |
| 5 | | 1,1193 | 1,1361 | 1,1528 | 1,1695 | 1,1862 | 1,2029 | 1,2196 | 1,2697 |
| 10 | | 1,0995 | 1,1159 | 1,1323 | 1,1487 | 1,1651 | 1,1816 | 1,1980 | 1,2472 |
| 15 | | 1,0805 | 1,0966 | 1,1127 | 1,1288 | 1,1450 | 1,1611 | 1,1772 | 1,2256 |
| 20 | | 1,0620 | 1,0779 | 1,0937 | 1,1096 | 1,1254 | 1,1413 | 1,1572 | 1,2047 |
| 25 | | 1,0442 | 1,0598 | 1,0754 | 1,0910 | 1,1066 | 1,1222 | 1,1377 | 1,1845 |
| 30 | | 1,0270 | 1,0423 | 1,0576 | 1,0729 | 1,0883 | 1,1036 | 1,1189 | 1,1649 |

Toute autre valeur de ϱ_{air} peut être calculée par la formule $\varrho = 0,4647 \frac{p_{\text{atm}}}{T}$ avec $\left\{ \begin{array}{l} p_{\text{atm}} \left[\frac{\text{mmHg}}{\text{K}} \right] \\ T \left[\text{K} \right] \end{array} \right.$. Voir: Lois des gaz p. 68.

| Coefficient de traînée | | | | C_x | Coefficient de traînée | | | | C_x | |
|----------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------|---------------------|------|-----------------------------------------------------------------------------------|------------------------|---------------|---|---------------|-------|------|
|  | 1/2 boule | creuse | 0,34 |  | cylindre | $\frac{l}{d}$ | { | 1 | 0,91 | |
| | | pleine | 0,4 | | | | | 2 | 0,85 | |
|  | 1/2 boule | creuse | 1,33 | | | | | 4 | 0,87 | |
| | | pleine | 1,17 | | | | | 7 | 0,99 | |
|  | disque | | 1,11 |  | cylindre | $\frac{l}{d}$ | { | 1 | 0,63 | |
| | | | | | | | | 2 | 0,68 | |
| | | | | | | | | 5 | 0,74 | |
| | | | | | | | | 10 | 0,82 | |
| | | | | 40 | 0,98 | | | | | |
|  | cône creux | $\alpha = 30^\circ$ | 0,34 |  | sphère | | | | 0,45 | |
| | | $\alpha = 60^\circ$ | 0,51 | | | | | | | |
|  | a plaque | $\frac{a}{b}$ | { |  | ellipsoïde | | | 1 : 1,8 | 0,1 | |
| | | | 1 | | | | | | | 1,1 |
| | | | 2 | | | | | | | 1,15 |
| | | | 4 | | | | | | | 1,19 |
| | | | 10 | | | | | | | 1,29 |
| | | | | | | | | | | |
| Automobiles | Moyenne des voitures européennes | | 0,42 |  | | $\frac{l}{d}$ | { | 2 | 0,2 | |
| | Lancia "Beta" Stand. | 0,39 | 3 | | | | | 0,1 | | |
| | Ford "Fiesta" | 0,385 | 5 | | | | | 0,06 | | |
| | Talbot "Murena" | 0,33 | 10 | | | | | 0,083 | | |
| | Citroen GSA x 3 | 0,318 | | | | | | | | |
| | | | | Camions bâchés | | | | 0,75 ... 0,87 | | |

Eclairage E en lux [lx] préconisé dans différents locaux

| Nature des locaux, tâche visuelle | Valeurs recommandées | Nature des locaux, tâche visuelle | Valeurs recommandées |
|--------------------------------------------|----------------------|--------------------------------------------|----------------------|
| <i>Locaux communs à toutes catégories:</i> | | <i>Locaux administratifs, industriels:</i> | |
| Vestibules, ascenseurs | 70 | Comptabilité, dactylographie, etc. | 600 |
| Escaliers | 150 | Salles de dessin | 1000 |
| Vestiaires toilettes, lavabos | 100 | Archives | 500 |
| Salles de réception, bureaux | 500 | <i>Hôpitaux et cliniques:</i> | |
| <i>Habitations:</i> | | Eclairage de nuit | 10 |
| Salle de séjour | 200 | Eclairage sur le lit | 500 |
| Lecture | 500 | Salle d'opération: champ opératoire | 3000 |
| Couture intermittente | 500 | Laboratoires | 700 |
| Travail d'écolier à la maison | 500 | <i>Magasins de vente:</i> | |
| <i>Etablissements d'enseignement:</i> | | Eclairage général | 500 |
| Salles de cours et laboratoires | 500 | Sur les comptoirs | 700 |
| Dessin industriel, couture | 700 | Vitrines sur rues très actives | 5000 |
| Tableaux noirs (ou colorés) | 500 | Vitrines sur rues peu passantes | 1000 |

Résistivité ρ , Conductivité γ , Coefficient de température α des conducteurs électriques

| Matière | Résistivité à 20°C | | Conductivité à 20°C | Coefficient de température à 20°C |
|------------------------|-------------------------|---------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|------------------------------------------------------------|
| | $\rho [\Omega \cdot m]$ | $\rho \left[\frac{\Omega \cdot mm^2}{m} \right]$ | $\gamma \left[\frac{m}{\Omega \cdot mm^2} \right]$ | $\alpha \left[\frac{1}{K} = \frac{1}{^\circ C} \right]^*$ |
| Aldrey | $3,3 \cdot 10^{-8}$ | 0,033 | 30 | 0,004 |
| Aluminium | $2,9 \cdot 10^{-8}$ | 0,029 | 34,5 | 0,004 |
| Argent | $1,65 \cdot 10^{-8}$ | 0,016 5 | 61,5 | 0,004 |
| Cobalt | $5,7 \cdot 10^{-8}$ | 0,057 | 17,5 | 0,007 |
| Cuivre | $1,75 \cdot 10^{-8}$ | 0,017 5 | 57 | 0,004 |
| Etain | $12 \cdot 10^{-8}$ | 0,12 | 8,35 | 0,004 |
| Fer | $13 \cdot 10^{-8}$ | 0,13 | 7,7 | 0,005 |
| Invar | $75 \cdot 10^{-8}$ | 0,75 | 1,33 | 0,002 |
| Laiton | $7,5 \cdot 10^{-8}$ | 0,075 | 13,3 | 0,003 |
| Mercure | $95,8 \cdot 10^{-8}$ | 0,958 | 1,04 | 0,000 9 |
| Nickel | $7 \cdot 10^{-8}$ | 0,07 | 14,3 | 0,004 |
| Or | $2,3 \cdot 10^{-8}$ | 0,023 | 43,5 | 0,004 |
| Platine | $11 \cdot 10^{-8}$ | 0,11 | 9,1 | 0,004 |
| Plomb | $22 \cdot 10^{-8}$ | 0,22 | 4,55 | 0,004 |
| Tungstène | $6 \cdot 10^{-8}$ | 0,06 | 16,7 | 0,005 |
| Zinc | $6,3 \cdot 10^{-8}$ | 0,063 | 15,9 | 0,004 |
| Chrome-nickel | $110 \cdot 10^{-8}$ | 1,1 | 0,91 | 0,000 2 |
| Constantan | $50 \cdot 10^{-8}$ | 0,5 | 2 | 0,000 04 |
| Manganine | $43 \cdot 10^{-8}$ | 0,43 | 2,33 | 0,000 01 |
| Nickeline | $42 \cdot 10^{-8}$ | 0,42 | 2,38 | 0,000 2 |
| Acide sulfurique à 20% | | 15 000 | 0,000 067 | — |
| Charbon | | 15...100 | 0,067...0,01 | —0,000 3 |
| Eau de conduite | | $400 \cdot 10^6$ | $25 \cdot 10^{-10}$ | — |
| Graphite | | 8 | 0,125 | 0,000 4 |

Résistivité ρ d'un corps = valeur de la résistance à 20°C d'un fil de ce corps,

d'une longueur de 1 m et d'une section de 1 m². $1 \frac{\Omega \cdot m^2}{m} = 1 \Omega \cdot m$.

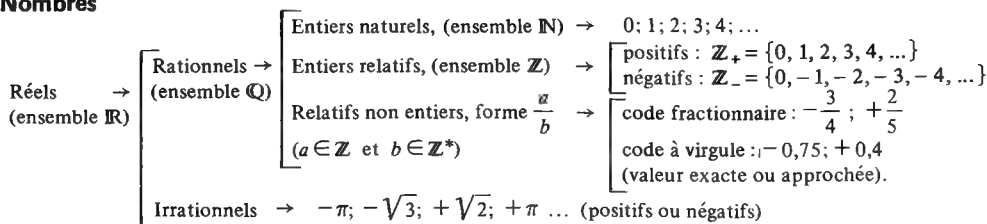
Conductivité γ d'un corps = valeur inverse de la résistivité $\gamma = \frac{1}{\rho}$.

Coefficient de température α = variation de résistance, en ohms, lorsque la température d'une résistance de 1 Ω varie de 1 K = 1°C.*

* Remarque : on écrit °C et K, mais pas ~~°C~~. Voir remarque page 60.

Arithmétique et algèbre

| Symbole | Ecriture, utilisation | Sens, lecture, énoncé | Exemple |
|---------------------|-----------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|
| $=$ | $a = b$ | a est égal à b | $a + 0 = 0 + a = a$ |
| \neq | $a \neq b$ | a est différent de b | $\sqrt{1} \neq \sqrt{-1}$ |
| \approx | $a \approx b$ | a est approximativement égal à b | $\sqrt{2} \approx 1,414$ |
| \sim | $a \sim b$ | a est proportionnel à b | |
| \triangleq | $a \triangleq b$ | a correspond à b | Echelle: $1 \text{ cm} \triangleq 10 \text{ km}$ |
| $<$ | $a < b$ | a est plus petit que b | $a < 0$ signifie que a est négatif |
| $>$ | $a > b$ | a est plus grand que b | $a > 0$ signifie que a est positif |
| \leq | $a \leq b$ | a est inférieur ou égal à b | |
| \geq | $a \geq b$ | a est supérieur ou égal à b | |
| ∞ | | infini | |
| \Rightarrow | $p \Rightarrow q$ | signe d'implication, p implique q , p entraîne q | $v = \frac{s}{t} \Rightarrow s = v \cdot t$ |
| \Leftrightarrow | $p \Leftrightarrow q$ | signe d'équivalence, p équivaut à q | |
| $+$ | $a + b$ | a plus b | |
| $-$ | $a - b$ | a moins b | |
| \pm | $a \pm b$ | a plus ou moins b | $108 \pm 0,1$ |
| \cdot ou \times | $a \cdot b$ $a \times b$ | a multiplié par b | $2 \cdot 3$ vitesse \times temps $V = abh$ |
| $-$ ou $/$ | $\frac{a}{b}$ ou a/b | a divisé par b | |
| ou : | ou $a:b$ | | |
| | a^p | a puissance p , a exposant p | $2^3 = 8$ |
| | \sqrt{a} | racine carrée de a | |
| | $\sqrt[n]{a}$ | racine n -ième de a | |
| Δ | $\Delta\theta$ | delta theta, différence de... | $\Delta\theta = \theta_1 - \theta_2$ |
| Σ | $\Sigma\Delta l$ | somme des delta l | $\Sigma\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3 + \dots$ |
| ... | $b \dots d$ | de b à d , comprises les valeurs b et d | $15 \dots 22$ $3 \dots 7 \text{ N}$ $45 \dots 60^\circ$ |
| $\%$, ‰ | | l'unité n'est indiquée qu'une seule fois pourcent, pourmille | |
| $f()$ | $f(x)$ | valeur de la fonction, f de x | |
| $\{ \{ () \} \}$ | | hiérarchie des groupements | |
| \in | $x \in A$ | x appartient à A , x est un élément de l'ensemble A | |
| \notin | $\gamma \notin A$ | γ n'appartient pas à A , γ n'est pas un élément de l'ensemble A | |
| $\{, \dots, \}$ | $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ | ensemble dont les éléments sont x_1, x_2, \dots, x_n | |
| \emptyset | | l'ensemble vide | |
| \mathbb{N} | | l'ensemble des nombres naturels | $0; 1; 2; 3; \dots$ |
| \mathbb{Z} | | l'ensemble des nombres algébriques entiers | $-4; -2; 0; +3; +7$ |
| \mathbb{Q} | | l'ensemble des nombres rationnels | $3; \frac{22}{7}; 0,42; 1 - \frac{10}{3}$ |
| \mathbb{R} | | l'ensemble des nombres réels | $3; -\frac{22}{7}; \pi; \cos 15^\circ$ |
| \mathbb{C} | | l'ensemble des nombres complexes | $3 + \sqrt{-1}; 3 + i; 3 + j$ |
| $*$ | | l'astérisque exclut le zéro des ensembles $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$ | $\mathbb{N}^*, \mathbb{Z}^*$ |

Nombres

$a \in \mathbb{Z}$ signifie : a appartient à l'ensemble \mathbb{Z} ; \mathbb{Z}^* signifie : ensemble \mathbb{Z} privé de zéro.

a) Addition des nombres relatifs :

$$(+3) + (+5) = +8 = 8; (-3) + (-5) = -8; (+3) + (-5) = -2; (-3) + (+5) = +2 = 2$$

b) Soustraction des nombres relatifs :

$$(+3) - (+5) = (+3) + (-5) = 3 - 5 = -2; (+3) - (-5) = (+3) + (+5) = 3 + 5 = 8 \text{ ou } +8$$

$$(-3) - (-5) = (-3) + (+5) = -3 + 5 = 2 \text{ ou } +2; (-3) - (+5) = (-3) + (-5) = -3 - 5 = -8$$

c) Somme algébrique des nombres relatifs :

$$(+3) - (+2) + (-5) - (-8) = (+3) + (-2) + (-5) + (+8) = 3 - 2 - 5 + 8 = 11 - 7 = 4 \text{ ou } +4$$

d) Multiplication des nombres relatifs :

$$(+3) \times (+5) = +15 \quad | \quad (-3) \times (-5) = +15 \quad | \quad (+3) \times (-5) = -15 \quad | \quad (-3) \times (+5) = -15$$

$$(+a) \times (+b) = +ab \quad | \quad (-a) \times (-b) = +ab \quad | \quad (+a) \times (-b) = -ab \quad | \quad (-a) \times (+b) = -ab$$

Tableau de la règle des signes

| | | | |
|--------------|---|---------------|---|
| | | signe de a | |
| | | + | - |
| signe de b | + | + | - |
| | - | - | + |
| | | signe de ab | |

e) Division des nombres relatifs :

$$(+15) : (+3) = +5 \quad | \quad (-15) : (-3) = +5 \quad | \quad (+15) : (-3) = -5 \quad | \quad (-15) : (+3) = -5$$

$$(+a) : (+b) = +\frac{a}{b} \quad | \quad (-a) : (-b) = +\frac{a}{b} \quad | \quad (+a) : (-b) = -\frac{a}{b} \quad | \quad (-a) : (+b) = -\frac{a}{b}$$

$a = b \times q \rightarrow q = a : b = \frac{a}{b}$ Le signe du quotient de deux nombres est le même que celui de leur produit.

Opérations sur les rapports des nombres réels. $\frac{a}{b} = \frac{ma}{mb}$, où b et $m \in \mathbb{R}^*$

Produit de rapports : $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} \times \frac{e}{f} = \frac{ace}{bdf}$, où b, d et $f \in \mathbb{R}^*$

Inverse d'un rapport non nul : $\frac{a}{b}$ a pour inverse $\frac{b}{a}$, où a et $b \in \mathbb{R}^*$

Quotient de deux rapports : $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$, où b, c et $d \in \mathbb{R}^*$

Somme de deux rapports \rightarrow $\left\{ \begin{array}{l} \text{de même dénominateur : } \frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}, \text{ où } b \in \mathbb{R}^* \\ \text{de dénominateurs distincts : } \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+cb}{bd}, \text{ où } b \text{ et } d \in \mathbb{R}^* \end{array} \right.$

Proportions : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$,

Propriété $ad = bc$, ceci entraîne : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}; \frac{a}{c} = \frac{b}{d}; \frac{d}{b} = \frac{c}{a}; \frac{d}{c} = \frac{b}{a}$ } a, b, c et $d \in \mathbb{R}^*$

$$-3^2 = (-3) \cdot (+3) \cdot (-3) = +3$$

$$(-3)^3 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = -3$$

Puissance entière d'un nombre réel (non nul)

$a \in \mathbb{R}$ et $n \in \mathbb{N}^*$, c'est-à-dire a est réel et n entier naturel non nul.

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs égaux à } a}$$

exemple $7^5 = 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$

| | n pair | n impair |
|-----------|--------|----------|
| a positif | + | + |
| a négatif | + | - |

} signe de a^n

Règle des signes

a s'appelle la base et n est l'exposant.

Opérations avec la même base, (m et n entiers naturels non nuls).

$$a^m \times a^n = a^{m+n} ; \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} = a^m \times a^{-n} ; \frac{1}{a^n} = a^{-n} ; (a^m)^n = a^{m \times n}$$

Cas particuliers : $a^1 = a$; $\frac{a^m}{a^m} = a^{m-m} = a^0 = 1$

Opérations avec le même exposant (n entier naturel non nul).

$$a^n \times b^n = (ab)^n ; \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n, \text{ avec } b \neq 0$$

Puissances de 10, (n entier naturel non nul).

$$10^n = \underbrace{100 \dots\dots 0}_{n \text{ zéros}} ; 10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \underbrace{0,00 \dots\dots 01}_{n \text{ décimales}}$$

Exemples : $52 \times 10^4 = 520\,000$; $52 \times 10^{-5} = \frac{52}{10^5} = 0,000\,52$

Polynômes produits remarquables :

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$(a+b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$$

$$(a-b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$$

Racines carrées

a nombre réel, si $a^2 = b$, (b est positif), on a $\sqrt{b} = |a|$, (valeur absolue de a)

Le symbole $\sqrt{}$ est appelé radical.

Remarque : si $a > 0$, $\sqrt{a^2} = a$ et si $a < 0$, $\sqrt{a^2} = -a$

Racine carrée d'un produit : $\sqrt{ab} = \sqrt{|a|} \times \sqrt{|b|}$, (a et b réels).

Racine carrée d'un quotient : $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{|a|}}{\sqrt{|b|}} = \frac{\sqrt{ab}}{|b|}$, (a et b réels et $b \neq 0$)

Racines $n^{\text{èmes}}$: m , n et p entiers naturels non nuls, a et b nombres réels non nuls.

si $a^n = b$, $\sqrt[n]{b} = |a|$; n pair implique $b > 0$, $a = \pm \sqrt[n]{b}$

$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$; n impair a et b ont même signe

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{|a|} \times \sqrt[n]{|b|} = ab^{\frac{1}{n}} ; \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{|a|}}{\sqrt[n]{|b|}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{n}}$$

$$(\sqrt[n]{a})^p = \sqrt[n]{a^p} = a^{\frac{p}{n}} ; (\sqrt[n]{a^p})^m = \sqrt[n]{a^{pm}} = a^{\frac{pm}{n}} ; \sqrt[n]{m}\sqrt[n]{a} = mn\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{mn}}$$

Equation du 2ème degré

Les solutions (ou racines) de l'équation du 2ème degré $ax^2 + bx + c = 0$ sont

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{L'expression } b^2 - 4ac \text{ est appelée discriminant } D$$

Si $D > 0$ les racines sont *réelles et distinctes*.
 $D = 0$ les racines sont *réelles et confondues*.
 $D < 0$ les racines sont *complexes*.

Intérêt d'un capital

$$\text{Intérêt} = \frac{\text{Capital} \times \text{taux} \times \text{temps}}{100} \quad [\text{Frs}]$$

$$\text{Taux de l'intérêt} = \frac{\text{Intérêt} \times 100}{\text{capital} \times \text{temps}} \quad [\%]$$

$$\text{Capital} = \frac{\text{Intérêt} \times 100}{\text{taux} \times \text{temps}} \quad [\text{Frs}]$$

$$\text{Temps} = \frac{\text{Intérêt} \times 100}{\text{capital} \times \text{taux}} \quad [\text{ans}]$$

Temps : on adopte 1 an = 360 j et 1 mois = 30 j

Si le temps est donné en mois : temps = $\frac{\text{nombre de mois}}{12}$

Si le temps est donné en jours : temps = $\frac{\text{nombre de jours}}{360}$

Quelques constantes mathématiques

$$\pi = \frac{\text{périmètre du cercle}}{\text{diamètre du cercle}}$$

Valeur approchée de π :

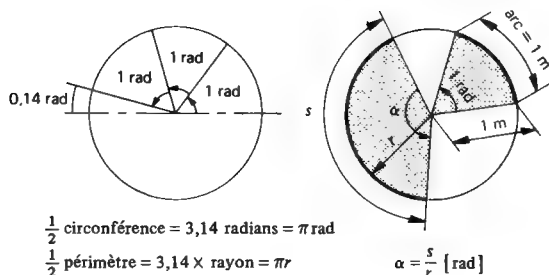
$$\pi = 3,1416 \quad \frac{\pi}{4} = 0,7854 \quad \frac{1}{\pi} = 0,3183$$

$$\pi^2 = 9,8696$$

$$\pi^3 = 31,00628 \quad \sqrt{\pi} = 1,77245 \quad \frac{4\pi}{3} = 4,1888$$

$$\pi = \frac{22}{7} \rightarrow \text{erreur : } 0,4\%$$

$$\pi = \frac{245}{78} \rightarrow \text{erreur : } 0,2\%$$

Mesure d'angle

$$\frac{1}{2} \text{ circonférence} = 3,14 \text{ radians} = \pi \text{ rad}$$

$$\frac{1}{2} \text{ périmètre} = 3,14 \times \text{rayon} = \pi r$$

A côté de l'unité d'angle degré [°] employée en géométrie, la physique et la technique utilisent l'unité SI : le **radian** [rad].

Définition : Le radian est l'angle plan compris entre deux rayons qui interceptent, sur la circonférence d'un cercle, un arc de longueur égale à celle du rayon.

$$\frac{1 \text{ m d'arc}}{1 \text{ m de rayon}} = \frac{1 \text{ m}}{1 \text{ m}} = 1 \frac{\text{m}}{\text{m}} = 1 \text{ rad}$$

Dans les calculs, le radian a pour unité $\frac{\text{m}}{\text{m}}$, c'est-à-dire 1.

$$2\pi \text{ rad} = 360^\circ$$

$$\pi \text{ rad} = 180^\circ$$

$$\frac{\pi}{2} \text{ rad} = 90^\circ = 1^{\text{L}}$$

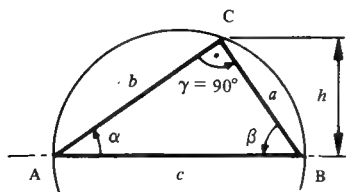
$$1 \text{ rad} \approx 57,3^\circ$$

$$1^\circ \approx 0,01745 \text{ rad}$$

$$1' \approx 0,000291 \text{ rad}$$

$$1'' \approx 0,00000484 \text{ rad}$$

$$360^\circ = 400gr = 6,2832 \text{ rad}$$



Triangle rectangle

Périmètre

$$2p = a + b + c$$

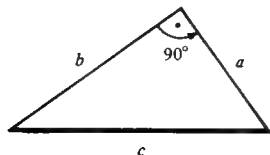
Somme des angles

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ \text{ avec } \gamma = 90^\circ$$

$$\alpha = 90^\circ - \beta$$

α est le complémentaire de β

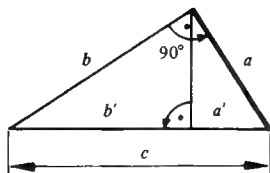
Aire¹⁾ du triangle rectangle $A = \frac{c \cdot h}{2} = \frac{a \cdot b}{2}$



Théorème de Pythagore

$$c^2 = a^2 + b^2 \quad c = \text{hypoténuse du triangle rectangle}$$

$$\text{soit } c = \sqrt{a^2 + b^2}, \quad a = \sqrt{c^2 - b^2}, \quad b = \sqrt{c^2 - a^2}$$



Théorème d'Euclide

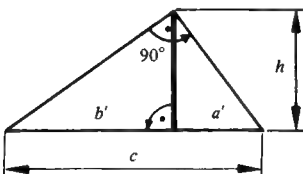
$$a^2 = a'c$$

$$b^2 = b'c$$

$\frac{1}{2} \text{ carré}$

$$d = \sqrt{2} \cdot c$$

$$c = d \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$



Théorème de la hauteur

$$h^2 = a'b' \Rightarrow h = \sqrt{a'b'}$$

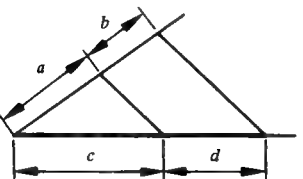
$\Delta \text{ équilatéral } AB = AC = BC$

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a$$

$$a = \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{3} \cdot h$$

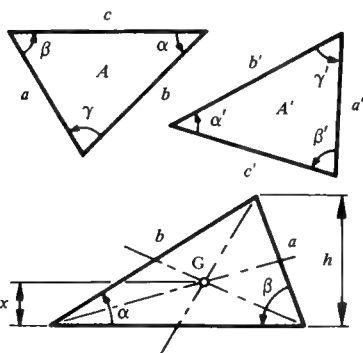
Théorème de Thalès

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d} = \frac{a-c}{b-d}$$



Similitude

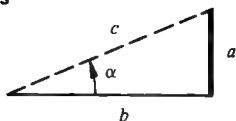
si $\begin{cases} \alpha = \alpha' \\ \beta = \beta' \\ \gamma = \gamma' \end{cases}$ alors $\begin{cases} \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \frac{h}{h'} = \dots \\ \frac{A}{A'} = \left(\frac{a}{a'}\right)^2 = \left(\frac{b}{b'}\right)^2 = \dots \end{cases}$



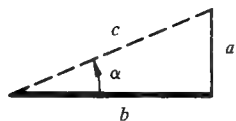
Centre de gravité, valable pour tous les triangles

$$x = \frac{h}{3} \quad \text{avec } h = a \cdot \sin \beta = b \cdot \sin \alpha$$

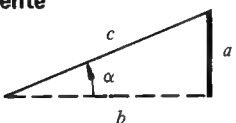
1) L'aire A est la mesure de l'étendue d'une surface

Sinus

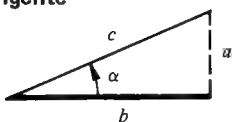
$$\sin \alpha = \frac{a}{c} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}}$$

Cosinus

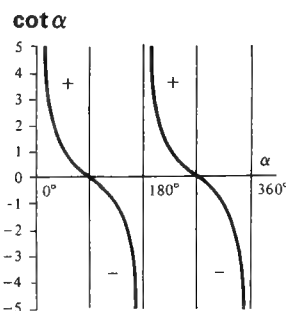
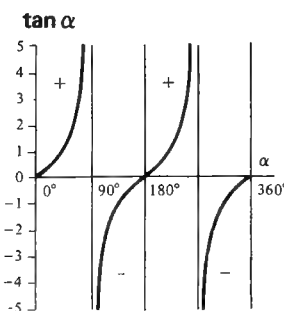
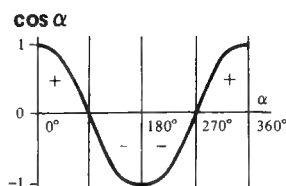
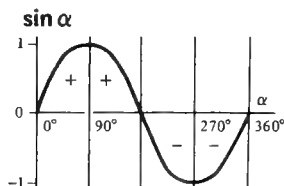
$$\cos \alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}$$

Tangente

$$\tan \alpha = \frac{a}{b} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}$$

Cotangente

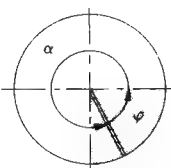
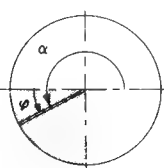
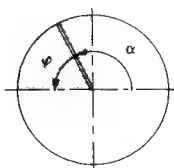
$$\cot \alpha = \frac{b}{a} = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{côté opposé}}$$

Représentation graphique**Angles plus grands que 90°**

$$\alpha = 90 \dots 180^\circ$$

$$180 \dots 270^\circ$$

$$270 \dots 360^\circ$$



$$\varphi = 180^\circ - \alpha$$

$$\alpha - 180^\circ$$

$$360^\circ - \alpha$$

$$\sin \alpha = + \sin \varphi$$

$$- \sin \varphi$$

$$- \sin \varphi$$

$$\cos \alpha = - \cos \varphi$$

$$- \cos \varphi$$

$$+ \cos \varphi$$

$$\tan \alpha = - \tan \varphi$$

$$+ \tan \varphi$$

$$- \tan \varphi$$

$$\cot \alpha = - \cot \varphi$$

$$+ \cot \varphi$$

$$- \cot \varphi$$

Relations entre les fonctions trigonométriques de certains arcs

$$\sin \alpha = \cos(90^\circ - \alpha) = \cos\left(\frac{\pi}{2} \text{ rad} - \alpha\right)$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

Exemple d'appellation
lorsque $\alpha = 30^\circ$

$$\cos \alpha = \sin(90^\circ - \alpha) = \sin\left(\frac{\pi}{2} \text{ rad} - \alpha\right)$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\sin 30^\circ = 0,5$$

$$\tan \alpha = \cot(90^\circ - \alpha) = \cot\left(\frac{\pi}{2} \text{ rad} - \alpha\right)$$

$$\tan \alpha = \frac{1}{\cot \alpha}$$

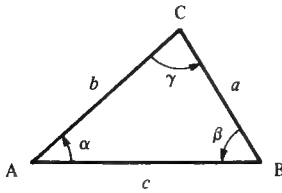
$$\text{arc sin } 0,5 = 30^\circ$$

ou encore

$$\cot \alpha = \tan(90^\circ - \alpha) = \tan\left(\frac{\pi}{2} \text{ rad} - \alpha\right)$$

$$\sin^{-1} 0,5 = 30^\circ$$

Triangle quelconque



Périmètre

$$2p = a + b + c$$

Demi-périmètre

$$p = \frac{a + b + c}{2}$$

Somme des angles

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

Théorème du sinus

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

Théorème du cosinus

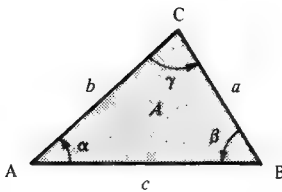
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$$

si $0^\circ < \alpha < 90^\circ \Rightarrow \cos \alpha$ est positif

si $90^\circ < \alpha < 180^\circ \Rightarrow \cos \alpha$ est négatif



Aire d'un triangle quelconque (théorème de Héron):

$$A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \quad \text{avec } p = \text{demi-périmètre}$$

ou bien

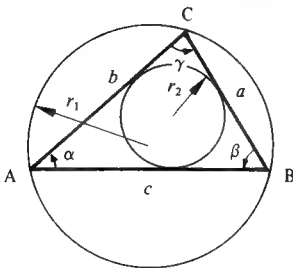
$$A = \frac{1}{2} ab \cdot \sin \gamma = \frac{1}{2} ac \cdot \sin \beta = \frac{1}{2} bc \cdot \sin \alpha$$

Rayon du cercle circonscrit r_1

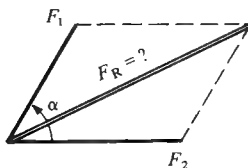
$$r_1 = \frac{1}{2} \frac{a}{\sin \alpha} = \frac{1}{2} \frac{b}{\sin \beta} = \frac{1}{2} \frac{c}{\sin \gamma}$$

Rayon du cercle inscrit r_2

$$r_2 = \sqrt{\frac{(p-a)(p-b)(p-c)}{p}} \quad \text{avec } p = \text{demi-périmètre}$$



Application du théorème du cosinus au calcul des vecteurs (exemple p. 42)

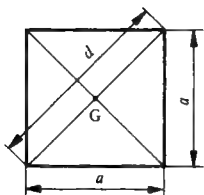


$$F_R^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cdot \cos \alpha$$

si $0^\circ < \alpha < 90^\circ \Rightarrow \cos \alpha$ est positif

si $90^\circ < \alpha < 180^\circ \Rightarrow \cos \alpha$ est négatif

Cette équation est utilisée en *statique* pour calculer l'intensité de la force résultante F_R de deux forces concourantes F_1 et F_2 faisant entre elles un angle α .



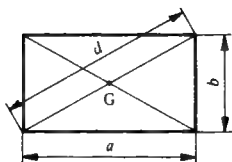
Carré

$$A = a^2 = 0,5 d^2$$

$$\text{Périmètre} = 4 a$$

$$\text{Diagonale } d = a \sqrt{2} = 1,414 a$$

$$\text{Côté } a = 0,707 d$$

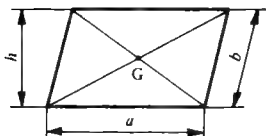


Rectangle

$$A = a \cdot b$$

$$\text{Périmètre} = 2 (a + b)$$

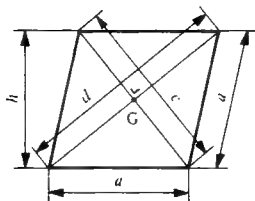
$$\text{Diagonale } d = \sqrt{a^2 + b^2}$$



Parallélogramme

$$A = a \cdot h$$

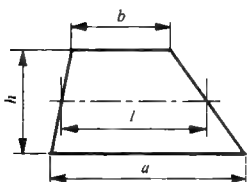
$$\text{Périmètre} = 2 (a + b)$$



Losange

$$A = a \cdot h = \frac{c \cdot d}{2}$$

$$\text{Périmètre} = 4 a$$



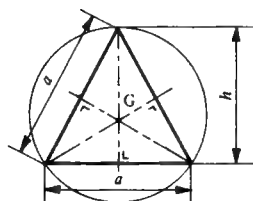
Trapèze

$$A = \frac{a+b}{2} h = l \cdot h$$

$$\text{Base moyenne } l = \frac{a+b}{2}$$

Notes

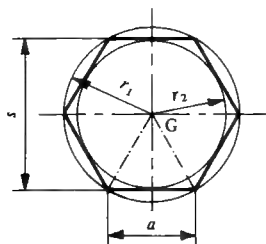
¹⁾ L'aire A est la mesure de l'étendue d'une surface



Triangle équilatéral : chaque angle mesure 60°

$$A = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{a^2}{4} \sqrt{3} = 0,433 a^2$$

Hauteur $h = \frac{a}{2} \sqrt{3} = 0,866 a$










Hexagone

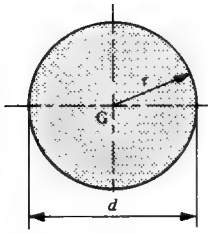
$$A = 0,866 s^2 = 2,598 a^2$$

Largeur sur pan $s = 1,732 r_1 = 2 r_2$

Longueur d'un pan $a = r_1$

Polygones réguliers (Voir figure de l'hexagone ci-dessus)

| | | A | | | Longueur a | | Valeur de r_1 en fonction de r_2 |
|-------------------------------------------------------------------------------------|----------|-------------------------|-------------------------|-----------------------|-------------------------|-------------------------|--------------------------------------------|
| | | en fonction de r_1 | en fonction de r_2 | en fonction de a | en fonction de r_1 | en fonction de r_2 | |
|  | 3 côtés | $1,299 r_1^2$ | $5,196 r_2^2$ | $0,433 a^2$ | $1,732 r_1$ | $3,464 r_2$ | $2 r_2$ |
|  | 4 côtés | $2 r_1^2$ | $4 r_2^2$ | $1 a^2$ | $1,414 r_1$ | $2 r_2$ | $1,414 r_2$ |
|  | 5 côtés | $2,378 r_1^2$ | $3,633 r_2^2$ | $1,72 a^2$ | $1,176 r_1$ | $1,453 r_2$ | $1,236 r_2$ |
|  | 6 côtés | $2,598 r_1^2$ | $3,464 r_2^2$ | $2,598 a^2$ | $1 r_1$ | $1,155 r_2$ | $1,155 r_2$ |
|  | 8 côtés | $2,828 r_1^2$ | $3,314 r_2^2$ | $4,828 a^2$ | $0,7654 r_1$ | $0,8284 r_2$ | $1,082 r_2$ |
|  | 10 côtés | $2,939 r_1^2$ | $3,249 r_2^2$ | $7,694 a^2$ | $0,6180 r_1$ | $0,6498 r_2$ | $1,051 r_2$ |
|  | 12 côtés | $3 r_1^2$ | $3,215 r_2^2$ | $11,2 a^2$ | $0,5176 r_1$ | $0,5359 r_2$ | $1,035 r_2$ |



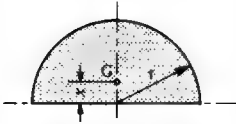
Disque

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \pi \cdot r^2 = 0,785 d^2$$

$$\text{Circonférence} = \pi \cdot d = 2 \pi \cdot r$$

$$\pi = 3,1416 \text{ (voir page 28)}$$

La ligne limitant le disque s'appelle : cercle

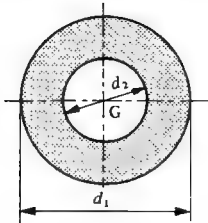


Demi-disque

$$A = \frac{\pi \cdot r^2}{2}$$

$$\text{Centre de gravité } x = 0,4244 r$$

$$\text{Centre de gravité de l'arc du demi-cercle } x' = 0,6366 r$$



Couronne

$$A = \frac{\pi}{4} (d_1^2 - d_2^2) = 0,7854 (d_1^2 - d_2^2)$$

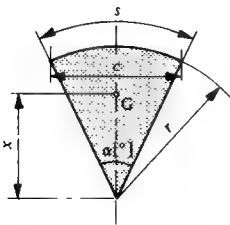
Secteur de disque

$$A = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot \alpha^\circ}{360} = \frac{s \cdot r}{2}$$

$$\text{Longueur de l'arc } s = \frac{\pi \cdot \alpha^\circ}{180} r = \frac{2A}{r}$$

$$\text{Angle au centre } \alpha [^\circ] = \frac{s}{r} \frac{180}{\pi} \quad \alpha [\text{rad}] = \frac{s}{r}$$

$$\text{Centre de gravité } x = \frac{2}{3} \frac{r \cdot c}{s} = \frac{r^2 \cdot c}{3A}$$



Segment de disque

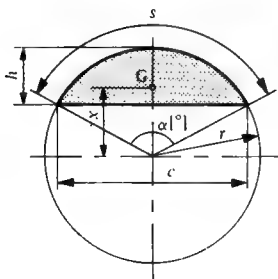
$$A = \frac{\pi \cdot r^2 \alpha^\circ}{360} - \frac{c(r-h)}{2} = \frac{r^2}{2} \left(\frac{\pi \cdot \alpha^\circ}{180} - \sin \alpha \right)$$

$$\text{Longueur de l'arc } s = \frac{\pi \cdot \alpha^\circ}{180} r$$

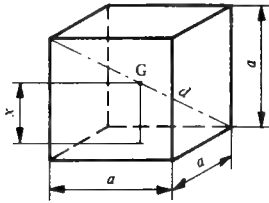
$$h = r \left(1 - \cos \frac{\alpha}{2} \right)$$

$$c = 2 \sqrt{h(2r-h)} = 2 \cdot r \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$\text{Centre de gravité } x = \frac{c^3}{12A}$$



¹⁾ L'aire A est la mesure de l'étendue d'une surface



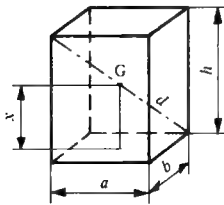
Cube

$$V = a^3 \quad x = \frac{a}{2}$$

$$A_t = 6a^2$$

$$A_l = 4a^2$$

$$d = a\sqrt{3} = 1,732a$$



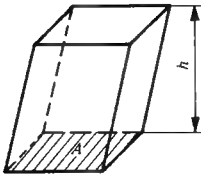
Prisme droit (parallélépipède rectangle)

$$V = a \cdot b \cdot h \quad x = \frac{h}{2}$$

$$A_t = 2(a \cdot b + a \cdot h + b \cdot h)$$

$$A_l = 2h(a + b)$$

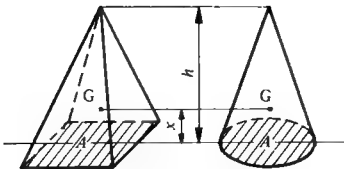
$$d = \sqrt{a^2 + b^2 + h^2}$$



Prisme oblique

$$V = A \cdot h$$

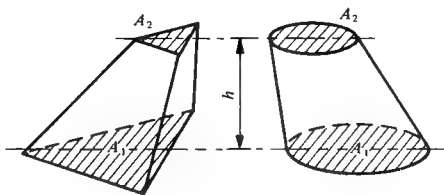
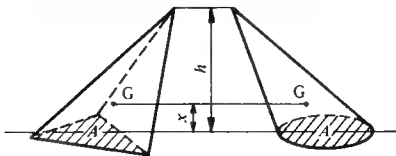
avec $A = \text{aire de la base}$



Pyramides et cônes (droits ou obliques)

$$V = \frac{1}{3} A \cdot h$$

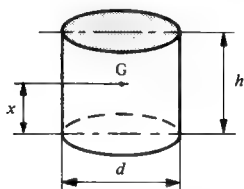
$$x = \frac{h}{4}$$



Pyramides et cônes tronqués à bases parallèles (droits ou obliques)

$$V = \frac{1}{3} h (A_1 + A_2 + \sqrt{A_1 \cdot A_2})$$

$A_1 = \text{aire de la grande base}$
 $A_2 = \text{aire de la petite base}$

**Cylindre**

$$V = \frac{\pi \cdot d^2}{4} h$$

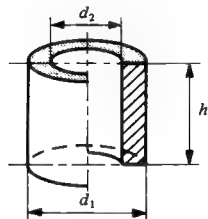
$$x = \frac{h}{2}$$

$$A_t = \pi \cdot d \cdot \left(\frac{d}{2} + h \right)$$

$$A_l = \pi \cdot d \cdot h$$

Cylindre creux (limité par deux cylindres coaxiaux)

$$V = \frac{\pi \cdot h}{4} (d_1^2 - d_2^2)$$

**Cône droit**

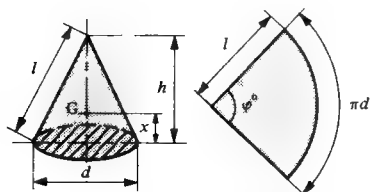
$$V = \frac{\pi \cdot d^2}{12} h$$

Angle du développement :

$$A_l = \frac{1}{2} \pi \cdot d \cdot l$$

$$\varphi [^\circ] = \frac{d}{2 \cdot l} 360^\circ$$

$$x = \frac{h}{4}$$

**Tronc de cône droit**

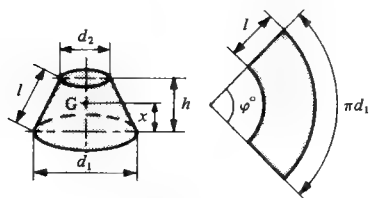
$$V = \frac{\pi \cdot h}{12} (d_1^2 + d_2^2 + d_1 d_2)$$

Angle du développement :

$$A_l = \frac{1}{2} \pi (d_1 + d_2) l$$

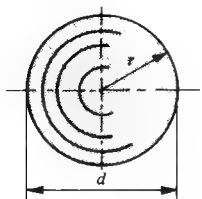
$$\varphi [^\circ] = \frac{d_1 - d_2}{2 \cdot l} 360^\circ$$

$$x = \frac{h}{4} \cdot \frac{d_1^2 + 2 d_1 \cdot d_2 + 3 d_2^2}{d_1^2 + d_1 \cdot d_2 + d_2^2}$$

**Boule**

$$V = \frac{\pi}{6} d^3 = 0,5236 d^3 = 4,189 r^3$$

$$A_t = \pi \cdot d^2$$

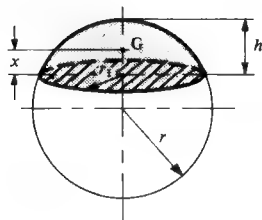
**Calotte sphérique**

$$V = \pi \cdot h^2 \left(r - \frac{h}{3} \right) = \frac{\pi}{6} h (3 r^2 + h^2)$$

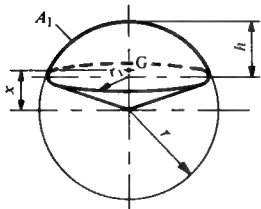
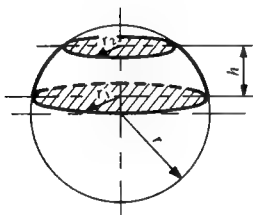
$$A_l = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$$

$$r_1 = \sqrt{h(2r-h)}$$

$$x = \frac{h}{4} \cdot \frac{4r-h}{3r-h}$$



* En mathématique : cylindre, cône, sphère désignent des surfaces, le volume est une portion d'espace limitée par ces surfaces.



Zone sphérique

$$V = \frac{\pi \cdot h}{6} (3r_1^2 + 3r_2^2 + h^2)$$

$$A_l = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$$

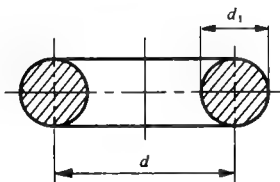
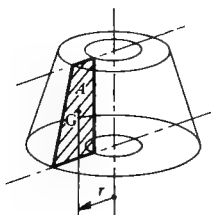
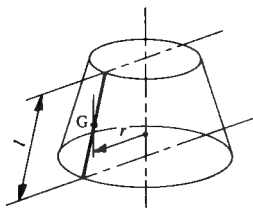
Secteur sphérique

$$V = \frac{2}{3} \pi \cdot r^2 \cdot h = 2,094 \cdot r^2 \cdot h$$

$$A_l = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$$

$$A_t = \pi \cdot r (2h + r_1)$$

$$x = \frac{3}{8} (2r - h)$$



Théorème de Guldin

L'aire A_l d'une surface de révolution, obtenue par la rotation d'une ligne plane, tournant autour d'un axe de son plan ne la croisant pas, est égale au produit de la mesure de la longueur l de cette ligne par le périmètre du cercle de rayon r que décrit son centre de gravité G .

$$A_l = 2 \pi \cdot r \cdot l$$

La mesure du volume V d'un corps de révolution, obtenu par la rotation d'une surface plane, tournant autour d'un axe de son plan ne la traversant pas, est égale au produit de l'aire A de cette surface par le périmètre du cercle, de rayon r , que décrit son centre de gravité G .

$$V = 2 \pi \cdot r \cdot A$$

Tore

$$V = \frac{\pi^2}{4} \cdot d \cdot d_1^2$$

$$A_t = \pi^2 \cdot d \cdot d_1$$

avec $\pi^2 = 9,8696$ (voir page 28)

Propriétés des opérations

| Propriétés | Opérations | |
|--------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| | Addition | Multiplication |
| Commutativité | $a + b = b + a$ | $a \cdot b = b \cdot a$ |
| Associativité | $a + b + c = (a + b) + c = a + (b + c) = (a + b + c)$ | $a \cdot b \cdot c = (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b \cdot c)$ |
| Élément neutre | $a + 0 = 0 + a = a$ | $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$ |
| Élément absorbant | | $a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$ |
| Opposé | b opposé de a si $b + a = 0$ | |
| Inverse | | b inverse de a si $b \cdot a = 1$ |
| Distributivité de la multiplication par rapport à l'addition | $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ | |

Ecriture des opérations, hiérarchie

S'il n'y a pas de signes de groupement tels que $()$, $[]$, $\{ \}$, les opérations doivent être calculées selon la hiérarchie suivante:

- 1) $\log x$; $\ln x$; $\sin x$; $\cos x$; ...
- 2) puissances et racines (x^y et $\sqrt[y]{x}$)
- 3) multiplications et divisions xy et $\frac{x}{y}$
- 4) additions et soustraction ($x + y$ et $x - y$)

Exemple: $3 + 2^2 \cdot \sin 30^\circ = 3 + 2^2 \cdot 0,5 = 3 + 4 \cdot 0,5 = 3 + 2 = 5$

S'il y a des signes de groupement, les calculer en priorité en appliquant la hiérarchie à l'intérieur du groupement.

Exemple: $(3 + 2)^2 \cdot \sin 30^\circ = 5^2 \cdot \sin 30^\circ = 5^2 \cdot 0,5 = 25 \cdot 0,5 = 12,5$

Nombre de chiffres exacts d'un résultat

Par convention: 17,3 signifie $17,3 \pm 0,05$ et 17,300 signifie $17,300 \pm 0,0005$

Nombres arrondis

- lorsque le dernier chiffre d'un nombre est 0, 1, 2, 3 ou 4, arrondir sans forcer le chiffre précédent.
Exemple: $7,1424 \approx 7,142 \approx 7,14 \approx 7,1$;
- lorsque le dernier chiffre d'un nombre est 6, 7, 8 ou 9, arrondir en forçant le chiffre précédent.
Exemple: $4,2479 \approx 4,248 \approx 4,25 \approx 4,2$;
- lorsque le dernier chiffre d'un nombre est 5, arrondir le chiffre qui précède 5;
sans le forcer, s'il est un 0, 1, 2, 3 ou 4. Exemple: $7,35 \approx 7,3$;
ou le forçant, s'il est un 6, 7, 8 ou 9. Exemple: $13,85 \approx 13,9$.

Opérations réalisées avec des nombres arrondis

Le rang de l'arrondi ou le nombre de chiffres significatifs d'un résultat est déterminé de la façon suivante:

| Somme | Produit | Puissance |
|--------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|
| $\begin{array}{r} 272,2 \\ + 10,403 \\ + 0,27 \\ \hline = 282,873 \end{array}$ | $\begin{array}{r} 13,521 \\ \times 0,241 \\ \hline = 3,25856 \end{array}$ | $\begin{array}{r} 5,17^2 \\ \hline = 26,7289 \end{array}$ |
| rang de l'arrondi le plus grand ► 282,9 ◀ | le plus petit nombre de chiffres significatifs ► 3,26 ◀ | même nombre de chiffres significatifs ► 26,7 ◀ |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-------------------------------------------------------------|--|---------------------------------------------------------|--|--------------------------------------------------------|--|-----------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|------------------------------------------------------|
| 1 H Hydrogène 1,0079 ----- -259 | | | | | | | | | | | | | | | | | | 2 He Hélium 4,0026 ----- -272 | | | | | |
| 3 Li Lithium 6,94 0,53 180 | | 4 Be Béryllium 9,012 1,86 1280 | | | | | | | | | | | | | | | | 5 B Bore 10,811 2,4 2300 | 6 C Carbone 12,011 3,5 2,25 3500 | 7 N Azote 14,0067 1,03 -210 | 8 O Oxygène 15,9994 1,43 -219 | 9 F Fluor 18,998 1,11 -233 | 10 Ne Neon 20,183 ----- ----- |
| 11 Na Sodium 22,991 0,97 98 | | 12 Mg Magnésium 24,31 1,75 650 | | | | | | | | | | | | | | | | 13 Al Aluminium 26,9815 2,7 960 | 14 Si Silicium 28,086 2,45 1400 | 15 P Phosphore 30,974 1,83 18,36 | 16 S Sulfre 32,064 2,06 115 | 17 Cl Chlore 35,453 1,56 -102 | 18 Ar Argon 39,948 ----- ----- |
| 19 K Potassium 39,102 0,86 63 | | 20 Ca Calcium 40,08 1,55 850 | | 21 Sc Scandium 44,956 ----- 1420 | | 22 Ti Titane 47,90 4,50 1725 | 23 V Vanadium 50,942 5,96 1700 | 24 Cr Chrome 51,996 7,1 1920 | 25 Mn Manganèse 54,938 7,4 1260 | 26 Fe Fer 55,847 7,9 1535 | 27 Co Cobalt 58,933 8,7 1480 | 28 Ni Nickel 58,71 8,9 1450 | 29 Cu Cuivre 63,54 8,92 1083 | 30 Zn Zinc 65,37 7,1 419 | 31 Ga Gallium 69,72 5,93 29,8 | 32 Ge Germanium 72,59 5,36 960 | 33 As Arsenic 74,91 5,7 ----- | 34 Se Sélénium 78,96 4,8 217 | 35 Br Brome 79,909 3,12 7 | 36 Kr Krypton 83,8 ----- ----- | | | |
| 37 Rb Rubidium 85,48 1,53 39 | | 38 Sr Strontium 87,62 2,6 900 | | 39 Y Yttrium 88,905 5,5 1500 | | 40 Zr Zirconium 91,22 6,53 1860 | 41 Nb Niobium 92,906 8,4 2400 | 42 Mo Molybdène 95,94 10,4 2600 | 43 Tc Technetium 99 11,5 ----- | 44 Ru Ruthénium 101,07 12,2 2500 | 45 Rh Rhodium 102,91 12,4 1970 | 46 Pd Palladium 106,4 11,9 1560 | 47 Ag Argent 107,86 10,50 960 | 48 Cd Cadmium 112,4 8,6 321 | 49 In Indium 114,82 7,29 156 | 50 Sn Étain 118,69 7,3 230 | 51 Sb Antimoine 121,75 6,6 630 | 52 Te Tellure 127,60 6,2 450 | 53 I Iode 126,904 4,93 113 | 54 Xe Xénon 131,3 ----- ----- | | | |
| 55 Cs Césium 132,905 1,90 28,5 | | 56 Ba Baryum 137,34 3,6 850 | | 57-71 Lanthanides Terres rares | | 72 Hf Hafnium 178,49 13,07 2200 | 73 Ta Tantale 180,948 16,6 2950 | 74 W Tungstène 183,85 19,3 3400 | 75 Re Rhenium 186,2 20,5 3170 | 76 Os Osmium 190,2 22,5 2700 | 77 Ir Iridium 192,2 22,4 2450 | 78 Pt Platine 195,09 21,4 1770 | 79 Au Or 196,967 19,3 1083 | 80 Hg Mercure 200,59 13,6 -39 | 81 Tl Thallium 204,37 11,85 449 | 82 Pb Plomb 207,19 11,3 327 | 83 Bi Bismuth 208,98 9,8 270 | 84 Po Polonium ----- ----- 250 | 85 At Astatine ----- ----- 210 | 86 Rn Radon 222 ----- ----- | | | |
| 87 Fr Francium (223) ----- ----- 1 | | 88 Ra Radium 226 ----- ----- 2 | | 89-92 Actinides Éléments artificiels | | 93 Ac Actinium 227 ----- ----- 2 | 94 Th Thorium 232,038 ----- ----- 2 | 95 Pa Protactinium 231 ----- ----- 2 | 96 U Uranium 238,03 ----- ----- 2 | 97 Np Neptunium (237) ----- ----- 2 | 98 Pu Plutonium (242) ----- ----- 2 | 99 Am Americium (243) ----- ----- 2 | 100 Cm Curium (247) ----- ----- 2 | 101 Bk Berkélium (249) ----- ----- 2 | 102 Cf Californium (251) ----- ----- 2 | 103 Es Einsteinium (254) ----- ----- 2 | 104 Fm Fermium (257) ----- ----- 2 | 105 Mv Mendelevium (258) ----- ----- 2 | 106 No Nobelium (259) ----- ----- 2 | 107 Lw Lawrencium ----- ----- 2 | | | |

1) Forme cristalline à l'état solide :

- a. Cubique à faces centrées
- b. Cubique centrée
- c. Hexagonale compacte
- d. Hexagonale
- e. Cubique compacte
- f. Tétraogonale
- g. Rhomboédrale
- h. Rhombique
- i. Orthorhombique

| | | | | | |
|---------------------------|---------|----------------------|---------|---------------------------|---------|
| $A \alpha$ | alpha | $I \iota$ | iota | $P \rho$ | rô |
| $B \beta$ | bêta | $K \kappa \varkappa$ | kappa | $\Sigma \sigma \varsigma$ | sigma |
| $\Gamma \gamma$ | gamma | $\Lambda \lambda$ | lambda | $T \tau$ | tau |
| $\Delta \delta$ | delta | $M \mu$ | mu | $Y \upsilon$ | upsilon |
| $E \varepsilon$ | épsilon | $N \nu$ | nu | $\Phi \varphi$ | phi |
| $Z \zeta$ | dzéta | $\Xi \xi$ | ksi | $X \chi$ | khi |
| $H \eta$ | êta | $O \omicron$ | omicron | $\Psi \psi$ | psi |
| $\Theta \theta \vartheta$ | thêta | $\Pi \pi$ | pi | $\Omega \omega$ | ômega |

Notes

$$W = m \cdot c \cdot \Delta\theta$$

(chaleur massique

$\Delta\theta$ différence de température [°C])

Anion = ion négatif

Cation = ion positif

Grandeurs scalaires

Une grandeur est dite *scalaire* lorsqu'il suffit d'un nombre pour la caractériser

Exemples : la mesure de...

| | | |
|--------------------------|---|----------------------|
| La longueur d'une poutre | : | 4 mètres |
| Le volume d'un réservoir | : | 50 mètres cubes |
| La masse d'un corps | : | 7 kilogrammes |
| La fréquence de rotation | : | 200 tours par minute |

Ce nombre est suivi du nom de l'unité employée pour mesurer sa grandeur.

Grandeur vectorielle

Certaines grandeurs sont dites *dirigées*.

Exemples :

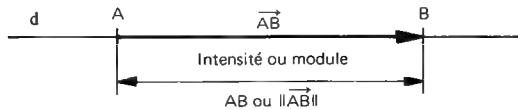
La vitesse d'une automobile est une *grandeur dirigée* : \vec{v}

L'accélération d'un corps en chute libre est une *grandeur dirigée* : \vec{a}

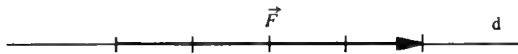
La force agissant sur l'attelage d'une remorque est une *grandeur dirigée* : \vec{F}

Une grandeur dirigée \vec{AB} est appelée *grandeur vectorielle*. Elle est représentée par un *vecteur* caractérisé par

- sa *droite d'action* d (direction)
- son *sens* (de A vers B)
- son *intensité* ou *module* (nombre mesurant sa grandeur); l'intensité ou module de la grandeur vectorielle se note AB ou $\|AB\|$.



Exemple : Représentation d'une force horizontale dirigée vers la droite, d'intensité 40 N. Unité : 1 cm $\hat{=}$ 10 N ($\hat{=}$ veut dire : correspond à)



\vec{F} représente le vecteur force et se lit "vecteur F".

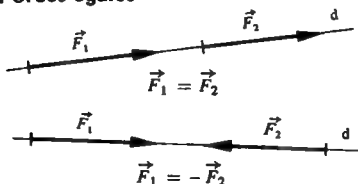
F non surmonté de \rightarrow , exprime l'intensité du vecteur force \vec{F} ; dans ce cas, on écrira : $F = 40$ N ou encore $\|\vec{F}\| = 40$ N

Règles de calcul

Les *scalaires* se calculent selon les règles connues de l'arithmétique et de l'algèbre.

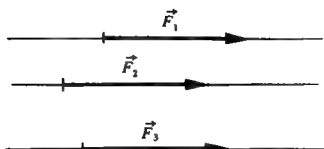
Les *vecteurs* se calculent selon les règles spéciales du calcul vectoriel (par ex. : addition géométrique).

| Unité de force : | Système SI | Système périmé MKpS |
|------------------|----------------|--------------------------|
| | Le Newton [N] | Le kilogramme-poids [kp] |
| Equivalence : | 1 N = 0,102 kp | 1 kp = 9,81 N |

Forces égales

Deux forces sont égales si elles ont même droite d'action d , même sens et même intensité.

Deux forces sont opposées si elles ont même droite d'action, même intensité et des sens contraires.

Vecteurs équipollents

Deux vecteurs de même espèce sont *équipollents* s'ils ont des droites d'action parallèles, même sens et même intensité.

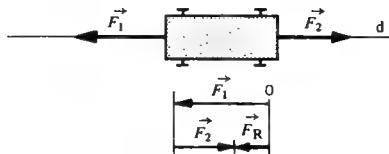
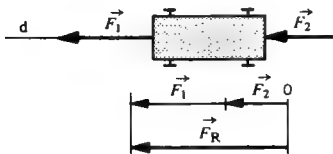
Opérations sur les vecteurs :

Somme géométrique de 2 forces situées sur la même droite d'action :

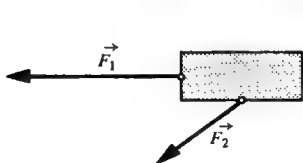
La grandeur de la résultante \vec{F}_R et son signe seront obtenus en faisant la *somme algébrique* des forces. On écrira l'égalité algébrique

$$F_R = F_1 + F_2$$

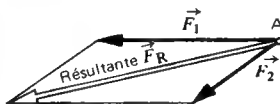
$$F_R = F_1 + (-F_2) = F_1 - F_2$$



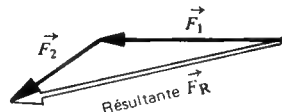
Somme géométrique de 2 forces concourantes (leurs droites d'action se coupent) :



Parallélogramme des forces



Polygone des forces



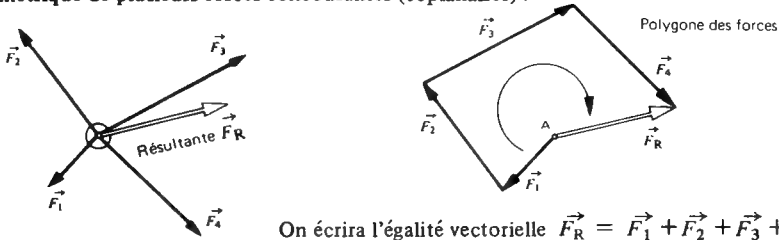
On écrira l'égalité vectorielle $\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}_2 + \vec{F}_1$ *

Attention : il ne s'agit plus d'une somme algébrique mais d'une *somme géométrique* dans laquelle l'intensité de \vec{F}_R est obtenue graphiquement au moyen du parallélogramme des forces (addition de 2 forces) ou du polygone des forces (addition de 3 forces ou plus).

L'intensité de \vec{F}_R peut être calculée en utilisant la formule du théorème du cosinus, page 31.

* La composition des forces est commutative.

Somme géométrique de plusieurs forces concourantes (coplanaires) :



On écrira l'égalité vectorielle $\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4$

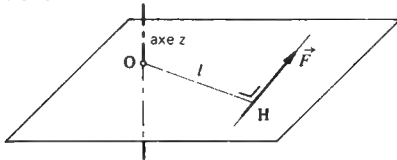
Le vecteur fermant ce polygone des forces donne en intensité, direction et sens la **résultante** \vec{F}_R du système donné.

Remarque importante : la somme géométrique de plusieurs vecteurs ne dépend pas de l'ordre dans lequel on les prend. La composition des vecteurs est commutative.

Moments : Moment d'une force, moment d'un couple de force

Le moment M d'une force par rapport à un point ou un axe est égal au produit de l'intensité F de la force par la distance l (bras du levier OH).

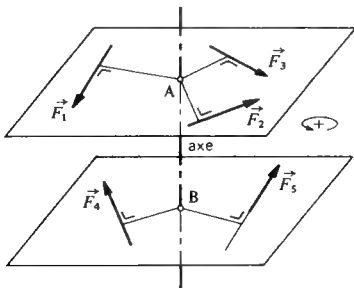
Moment d'une force \vec{F} située dans un plan \perp à un axe z



Moment $M_0 = F \cdot l$ $l \perp \vec{F}$

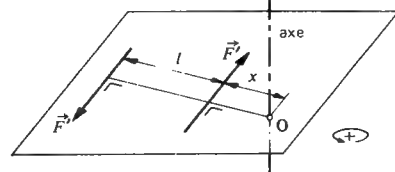
Par convention : le signe du moment est positif (+M) lorsque la force F tourne dans le sens inverse des aiguilles de la montre (+) ; négatif (-M) dans le sens des aiguilles (-).

Plusieurs moments agissant sur le même axe



$$M = \sum M_1, \dots = M_1 + M_2 - M_3 - M_4 + M_5 + \dots$$

Moment d'un couple de forces $\vec{F}' \vec{F}'$ situé dans un plan \perp à un axe quelconque



De la somme $\sum M_0 = F'(l+x) - F'x$ on obtient

$$\sum M_0 = F' \cdot l \quad l \perp \vec{F}'$$

Le moment du couple est **indépendant** de l'axe et de son intersection O avec le plan. Ainsi : le moment M d'un couple de forces est égal au produit de l'une des forces F' par la distance l qui les sépare.

Dans la pratique, on a souvent $l=d=2r$

Le moment M du couple vaut

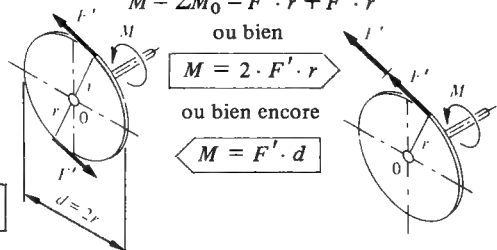
$$M = \sum M_0 = F' \cdot r + F' \cdot r$$

ou bien

$$M = 2 \cdot F' \cdot r$$

ou bien encore

$$M = F' \cdot d$$



Remarque : Le moment d'un couple de forces $\vec{F}' \vec{F}'$ est parfois symbolisé par T au lieu de M .

Conditions d'équilibre d'un corps solide sollicité par des forces quelconques situées dans un même plan (forces coplanaires).

Pour que le corps soit en équilibre, il faut et il suffit

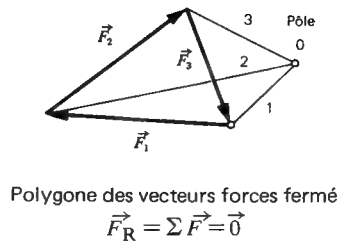
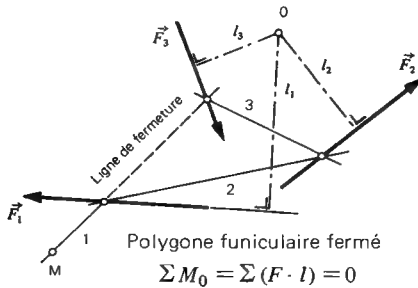
1. que la somme géométrique des forces données soit nulle, c'est-à-dire que le polygone des forces soit fermé

$$\vec{F}_R = \sum \vec{F} = \vec{0}$$

2. que la somme géométrique des moments de ces forces par rapport à un point 0 quelconque du plan soit également nulle

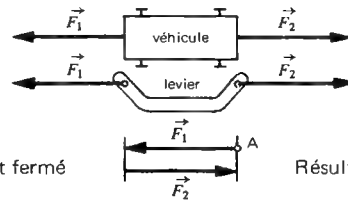
$$\sum M_0 = \sum (F \cdot l) = 0$$

Exemple d'un corps solide en équilibre



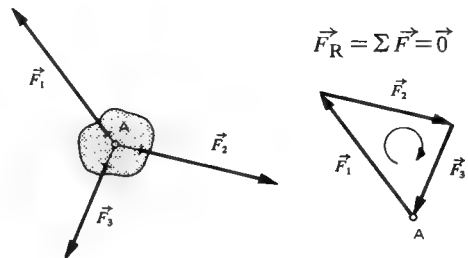
1er cas particulier : Corps en équilibre sous l'action de 2 forces

Il faut et il suffit que les deux forces soient égales et directement opposées.

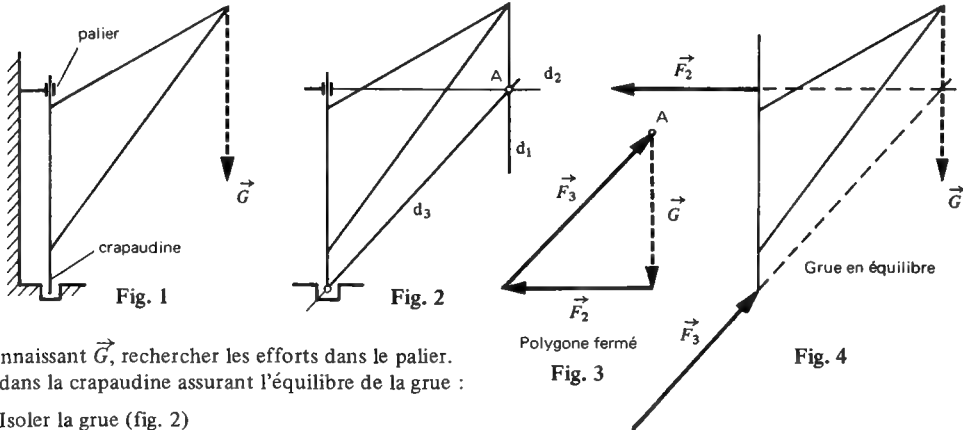


2e cas particulier : Corps en équilibre sous l'action de 3 forces concourantes en A (droites d'action se coupant au même point A).

Il faut et il suffit que la somme géométrique des forces concourantes soit nulle, c'est-à-dire que le polygone des vecteurs forces soit fermé ($\vec{F}_R = \vec{0}$)



Grue murale en équilibre sous la charge à lever G



Connaissant \vec{G} , rechercher les efforts dans le palier et dans la craudaudine assurant l'équilibre de la grue :

- Isoler la grue (fig. 2)
- Tracer les droites d'action connues d_1 puis d_2 : intersection A
- Tracer la 3e droite d'action d_3 reliant A à la craudaudine.
- Les 3 forces sont concourantes en A.
- Tracer le polygone des vecteurs forces fermé $\sum \vec{F} = \vec{0}$: grue en équilibre (fig. 3)
- Mesurer les forces d'équilibre \vec{F}_2 et \vec{F}_3

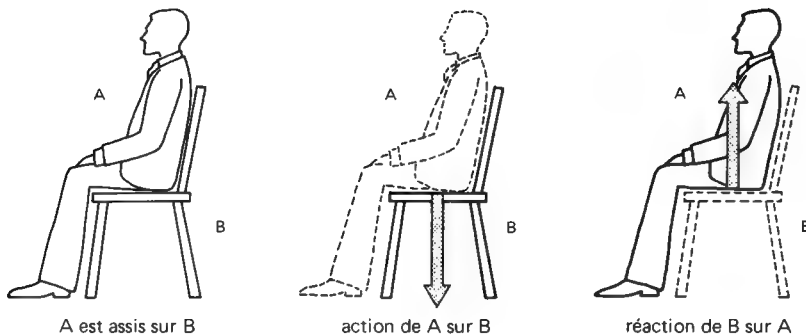
Action et réaction

Si un corps A exerce une *action* (force) sur un corps B, inversement le corps B exerce sur le corps A une force directement opposée, appelée *réaction*.

Action et réaction sont toujours des forces *égales* et opposées, agissant sur la même droite d'action.

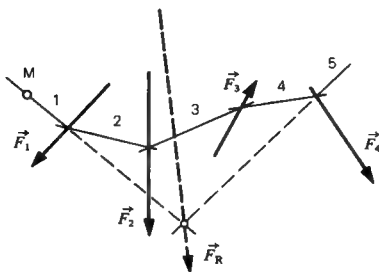
Les corps A et B peuvent être en contact ou non, au repos ou en mouvement.

A toute action correspond toujours une réaction.

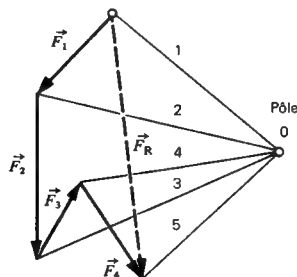


Résultante d'un système de forces coplanes quelconques

Polygone funiculaire (ouvert)



Polygone dynamique ou polygone des forces (ouvert)



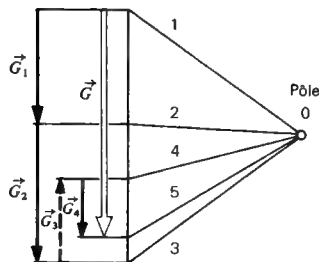
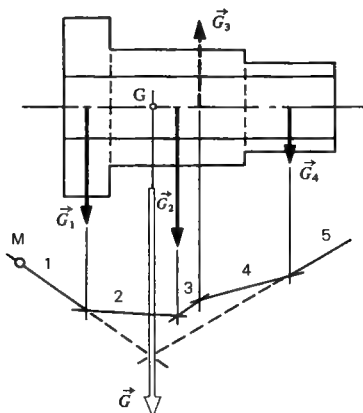
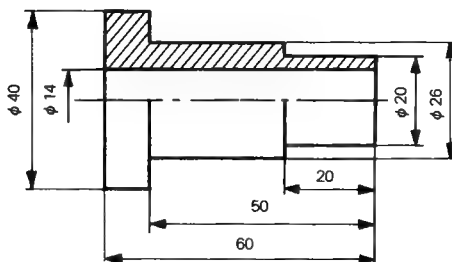
Si le polygone *dynamique* (polygone des forces) est *ouvert*, le système des forces admet une résultante.

Si le polygone *funiculaire* est *ouvert*, le système des forces admet un couple résultant.

Si le *dynamique* et le *funiculaire* sont *fermés*, le système des forces données est en équilibre.

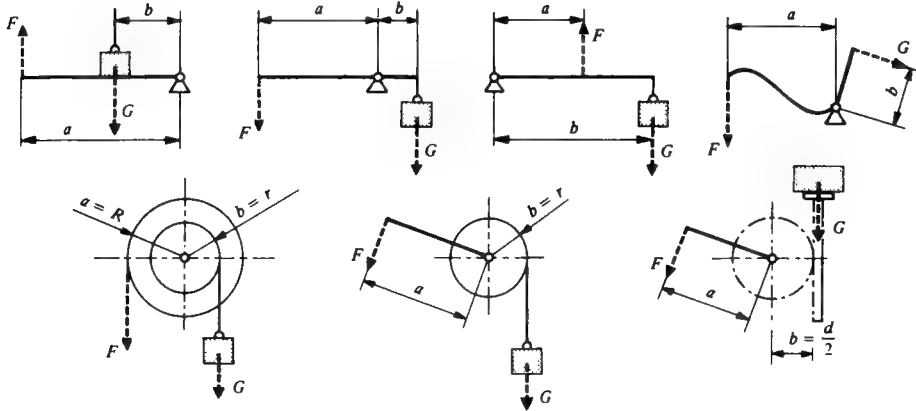
Détermination graphique du centre de gravité G d'un volume ou d'une surface plane.**Exemple:**

Déterminer graphiquement la position de G de la pièce mécanique ci-jointe :



Remarque : Par mesure de simplification, les vecteurs \vec{G} , \vec{F} , \vec{v} , \vec{a} apparaissant dans les figures des pages suivantes seront représentés par G , F , v , a .

Levier

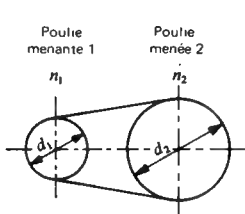


Moment de la force F = Moment de la pesanteur G de la charge
 Force $F \times$ bras de la force a = Charge $G \times$ bras de la charge b

$$F \cdot a = G \cdot b$$

Les bras a et b se mesurent toujours à partir du point d'articulation, perpendiculairement à F et G

Transmission par courroie



a) Transmission simple

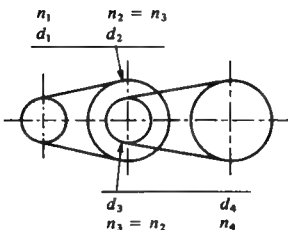
$$n_1 \cdot d_1 \approx n_2 \cdot d_2$$

Rapport de transmission

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \approx \frac{d_2}{d_1}$$

$$M_1 \cdot d_2 = M_2 \cdot d_1$$

n_1, n_2 fréquence de rotation
 d_1, d_2 diamètre des poulies
 M_1, M_2 moment agissant sur les arbres des poulies



b) Transmission multiple

$$n_1 \cdot d_1 \cdot d_3 \approx n_4 \cdot d_2 \cdot d_4$$

Rapport de transmission

$$i = \frac{n_1}{n_4} \approx \frac{d_2 \cdot d_4}{d_1 \cdot d_3}$$

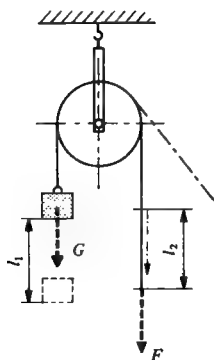
n_1, n_2, n_3, n_4 fréquence de rotation
 d_1, d_3 poulies menantes
 d_2, d_4 poulies menées

Unités : les grandeurs de même espèce doivent être exprimées avec la même unité.

Les formules ci-dessous négligent les frottements. Ceux-ci sont généralement inclus dans le rendement η de la machine. On en tiendra compte :

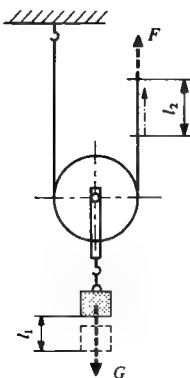
- en divisant G par η lorsqu'on calculera F ,
- en multipliant F par η lorsqu'on calculera G .

Exemple : pour le treuil : $F = \frac{G}{\eta} \cdot \frac{r_1}{r}$ ou bien $G = F \cdot \eta \cdot \frac{r}{r_1}$

Poulie fixe

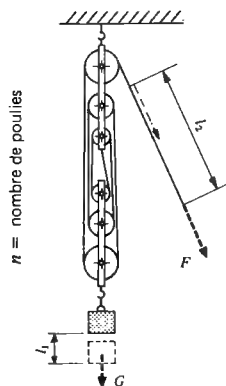
$$F = G$$

$$l_1 = l_2$$

Poulie folle

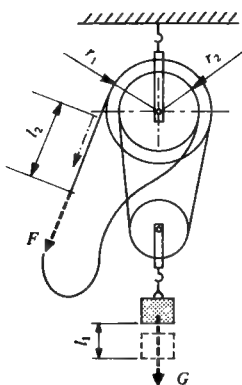
$$F = \frac{G}{2}$$

$$l_1 = \frac{l_2}{2}$$

Palan

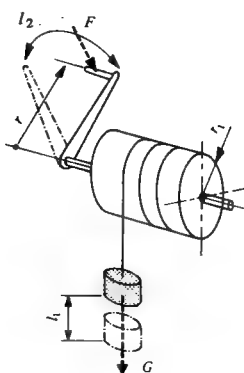
$$F = \frac{G}{n}$$

$$l_1 = \frac{l_2}{n}$$

Palan différentiel

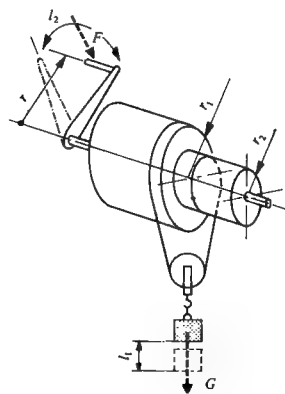
$$F = G \frac{r_1 - r_2}{2 r_1}$$

$$l_1 = l_2 \frac{r_1 - r_2}{2 r_1}$$

Treuil

$$F = G \frac{r_1}{r}$$

$$l_1 = l_2 \frac{r_1}{r}$$

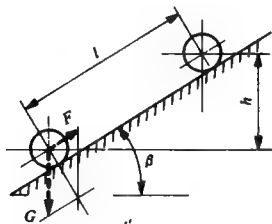
Treuil différentiel

$$F = G \frac{r_1 - r_2}{2 r}$$

$$l_1 = l_2 \frac{r_1 - r_2}{2 r}$$

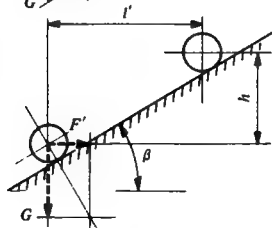
Unités : les grandeurs de même espèce doivent être exprimées avec la même unité.

Plan incliné, coin (sans tenir compte du frottement. En cas contraire, voir "Frottement", pages 50 et 51.)



$$F \cdot l = G \cdot h$$

$$F = \frac{G \cdot h}{l} = G \cdot \sin \beta$$



$$F' \cdot l' = G \cdot h$$

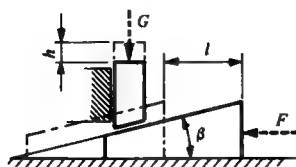
$$F' = \frac{G \cdot h}{l'} = G \cdot \tan \beta$$

F , F' et G doivent être donnés dans la même unité de force.

l , l' et h doivent être donnés dans la même unité de longueur.

β angle que fait le plan incliné avec le plan horizontal.

Inclinaison : voir p. 105

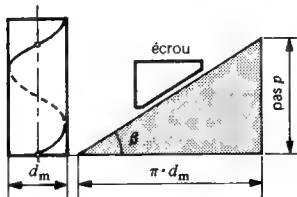


$$F \cdot l = G \cdot h$$

$$F = \frac{G \cdot h}{l} = G \cdot \tan \beta$$

$$F = G \frac{\text{inclinaison en } \%}{100}$$

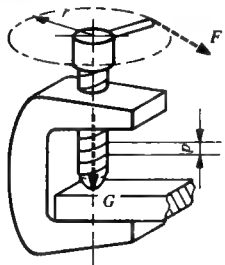
Vis (sans tenir compte du frottement. En cas contraire, voir "Frottement", pages 50 et 51.)



$$\tan \beta = \frac{p}{\pi \cdot d_m}$$

$$d_m = \frac{d + d_3}{2}$$

p pas de l'hélice
 β angle de l'hélice moyenne
 d diamètre nominal ¹⁾
 d_m diamètre moyen
 d_3 diamètre intérieur



$$F = G \frac{p}{2 \pi r}$$

Moment de serrage

$$M = F \cdot r = G \frac{p}{2 \cdot \pi}$$

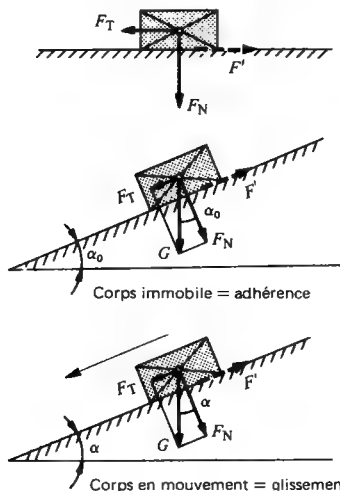
$$M = G \cdot \frac{d_m}{2} \cdot \tan \beta$$

F effort de traction
 G effort de serrage
 r bras du levier
 M moment de serrage

Unités : les grandeurs de même espèce doivent être exprimées avec la même unité.

1) Voir normes VSM : Extrait pour écoles professionnelles.

Frottement d'adhérence μ_0 , frottement de glissement μ : voir tableau page 21.



Lorsque $F_T < F'$, le corps est immobile : il y a adhérence.

Utiliser le coefficient μ_0 .

Lorsque $F_T > F'$, le corps se met en mouvement : il y a glissement.

Utiliser le coefficient μ .

Coefficient d'adhérence :

$$\mu_0 = \frac{F_T}{F_N} = \tan \alpha_0$$

$$\Rightarrow F_T = \mu_0 \cdot F_N$$

Coefficient de glissement :

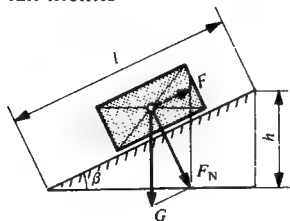
$$\mu = \frac{F_T}{F_N} = \tan \alpha$$

$$\Rightarrow F_T = \mu \cdot F_N$$

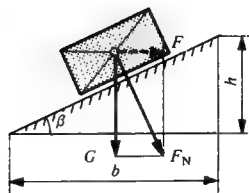
| | |
|---------------------|---------------------------------------------------|
| F' | force de résistance au frottement |
| F_T | force tangente au plan de frottement |
| F_N | force normale (\perp) au plan de frottement |
| μ_0 | coefficient d'adhérence |
| μ | coefficient de glissement |
| $\alpha_0 [^\circ]$ | angle maximum qui maintient le corps immobile |
| $\alpha [^\circ]$ | angle minimum qui provoque le glissement du corps |

Remarque : les valeurs de μ_0 et μ peuvent être déterminées expérimentalement par la mesure de l'angle α_0 et α .

Plan incliné



β = angle d'inclinaison du plan sur lequel repose le corps à déplacer.



β = angle d'inclinaison du plan sur lequel repose le corps à déplacer.

1. La force est **parallèle au plan incliné**

– Sans frottement : $F \cdot l = G \cdot h$

$$F = G \frac{h}{l} = G \cdot \sin \beta$$

– Avec frottement

$$F = G (\sin \beta + \mu \cos \beta)$$

$$F = G (\sin \beta - \mu \cos \beta)$$

$$F = G (\sin \beta - \mu_0 \cos \beta)$$

→ pour faire monter le corps

→ pour faire descendre le corps

→ pour immobiliser le corps

Le corps se maintient en mouvement lorsque $\beta \geq \alpha$

Le corps s'immobilise lorsque $\beta < \alpha_0$

2. La force est **parallèle à la base horizontale**

– Sans frottement : $F \cdot b = G \cdot h$

$$F = G \frac{h}{b} = G \tan \beta$$

– Avec frottement

$$F = G \cdot \tan (\beta + \alpha)$$

$$F = G \cdot \tan (\beta - \alpha)$$

$$F = G \cdot \tan (\beta - \alpha_0)$$

→ pour faire monter le corps

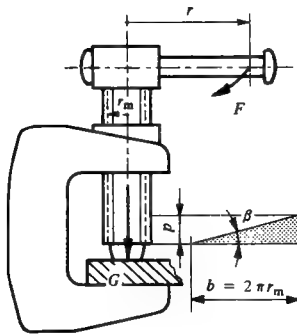
→ pour faire descendre le corps

→ pour immobiliser le corps

Unités : les grandeurs de même espèce doivent être exprimées avec la même unité.

Frottement dans un assemblage vis-écrou

1. Filets carrés



En fonction du rendement η

$$G \cdot p = F \cdot 2\pi \cdot r \cdot \eta$$

Moment de serrage :

$$M = F \cdot r = G \cdot \frac{p}{2\pi\eta} = G \cdot r_m \frac{\tan\beta}{\eta}$$

En fonction du frottement μ

$$\begin{aligned} M &= G \cdot r_m \cdot \tan(\beta + \alpha) & \text{pr serrer} \\ {}^1) M &= G \cdot r_m \cdot \tan(\beta - \alpha) & \text{pr desserrer} \end{aligned}$$

avec $\tan\alpha = \mu \Rightarrow \alpha$

Rendement mécanique au serrage

$$\eta = \frac{\tan\beta}{\tan(\beta + \alpha)}$$

Le développement du filet de la vis donne un triangle dans lequel :

| | |
|--------------|-------------------------------|
| p [mm] | pas de filetage |
| b [mm] | $= 2 \cdot \pi \cdot r_m$ |
| r_m [mm] | rayon moyen $= \frac{d_2}{2}$ |
| β [°] | angle de l'hélice moy. |
| α [°] | angle de frottement |
| μ | coefficient de glissement |
| F [N] | effort de traction |
| r [mm] | bras de levier |
| G [N] | effort de serrage |
| M [N·mm] | moment de serrage |
| η | rendement mécanique |

¹⁾ En visserie (système irréversible) l'angle α de frottement est toujours plus grand que l'angle β de l'hélice. Le moment de desserrage sera de signe contraire (négatif) donné par $\beta - \alpha$.

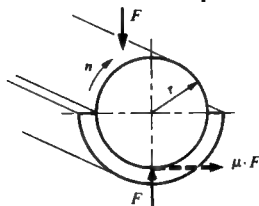
2. Filets triangulaires : Dans les formules ci-dessus, introduire α' à la place de α .



$$\tan\alpha' = \mu' = \frac{\mu}{\cos\frac{\varphi}{2}}$$

| | |
|---------------|--------------------------------------------|
| φ [°] | angle des flancs du filet (30°, 55°, 60°)* |
|---------------|--------------------------------------------|

Frottement dans un palier



Moment de frottement :

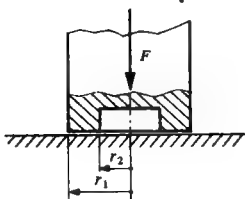
$$M = \mu \cdot F \cdot r$$

Puissance absorbée par le frottement :

$$P = M \cdot \omega \quad \text{avec} \quad \omega = \frac{\pi \cdot n}{30}$$

| | |
|------------------|---------------------------|
| μ | coefficient de frottement |
| F [N] | effort sur le palier |
| r [m] | rayon du palier |
| M [Nm] | moment de frottement |
| P [W] | puissance absorbée |
| ω [rad/s] | vitesse angulaire |
| n [tr/min] | fréquence de rotation |

Frottement dans un pivot vertical rodé



Moment de frottement :

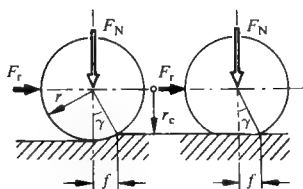
$$M = \mu \cdot F \cdot \frac{r_1 + r_2}{2}$$

Si $r_2 = 0$ on a :

$$M = \frac{1}{2} \mu \cdot F \cdot r$$

| | |
|----------------|---------------------------|
| μ | coefficient de frottement |
| F [N] | effort sur le pivot |
| r_1, r_2 [m] | rayons |
| M [Nm] | moment de frottement |

Résistance au roulement



On a l'équilibre

$$F_r \cdot r_c = F_N \cdot f$$

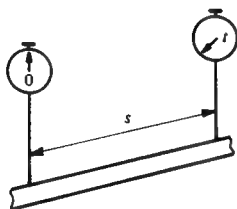
$$F_r = F_N \frac{f}{r_c} = F_N \cdot \mu'$$

$$\text{avec } \mu' = \frac{f}{r_c} = \tan\gamma$$

| | |
|------------|-------------------------------------------------------------------|
| F_r | force de résistance au roulement, applicable sur l'axe de la roue |
| F_N | charge normale au plan de roulement |
| r_c [mm] | rayon sous charge |
| f [mm] | bras de levier de la résistance au roulement** |
| μ' | coefficient de résistance au roulement** |

*Voir normes VSM: Extrait pour Ecoles professionnelles.

**Voir tables page 21.

**Vitesse linéaire v**

$$v = \frac{s}{t}$$

$$\Rightarrow s = v \cdot t$$

$$\Rightarrow t = \frac{s}{v}$$

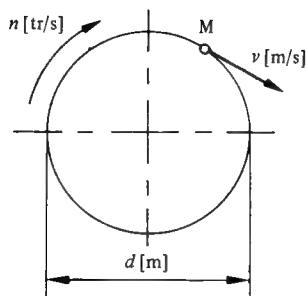
| | |
|-----------|-----------------|
| v [m/s] | vitesse |
| s [m] | espace parcouru |
| t [s] | temps |

Conversion des unités :

$$1 \text{ m/s} = \frac{3600}{1000} \text{ km/h} = 3,6 \text{ km/h}$$

$$1 \text{ m/s} = 60 \text{ m/min}$$

$$1 \text{ km/h} = \frac{1000}{3600} \text{ m/s} = \frac{1}{3,6} \text{ m/s}$$

Vitesse circonférentielle v 

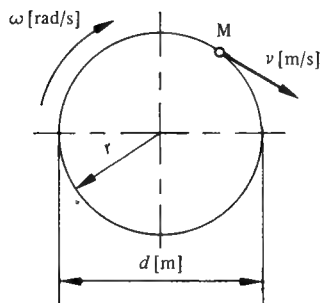
$$v = \pi \cdot d \cdot n$$

| | |
|------------|-----------------------|
| v [m/s] | vitesse |
| d [m] | diamètre |
| n [tr/s] | fréquence de rotation |

Vitesse angulaire ω

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot n$$

| | |
|------------------|-----------------------|
| ω [rad/s] | vitesse angulaire |
| n [tr/s] | fréquence de rotation |

Rappel : $\text{rad/s} = \frac{\text{m}}{\text{m}}/\text{s} = 1/\text{s}$ (voir page 28)**Fréquence de rotation n** 

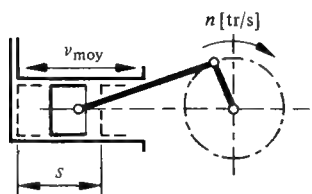
$$n = \frac{v}{\pi \cdot d} = \frac{\omega}{2\pi}$$

| | |
|------------------|-----------------------|
| v [m/s] | vitesse |
| ω [rad/s] | vitesse angulaire |
| d [m] | diamètre |
| n [tr/s] | fréquence de rotation |

Relation entre v et ω

$$v = \omega \cdot r = \omega \frac{d}{2}$$

| | |
|------------------|-------------------|
| v [m/s] | vitesse |
| ω [rad/s] | vitesse angulaire |
| d [m] | diamètre |
| r [m] | rayon |

Vitesse moyenne v_{moy} d'un piston

$$v_{\text{moy}} = 2 \cdot s \cdot n$$

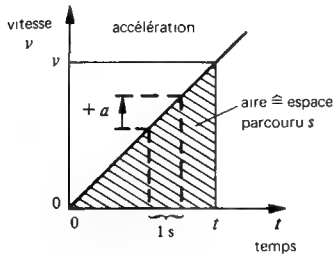
| | |
|------------------------|--------------------------------------|
| v_{moy} [m/s] | vitesse moyenne |
| s [m] | course du piston |
| n [tr/s] | fréquence de rotation du vilebrequin |

Vitesse maximale : voir page 69

Remarque : $1 \frac{\text{tr}}{\text{s}} = 1 \frac{1}{\text{s}} = 1 \text{ s}^{-1}$

$1 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

$1 \frac{\text{rad}}{\text{s}} = 1 \frac{1}{\text{s}} = 1 \text{ s}^{-1}$

Vitesse après t secondes

$$v = a \cdot t$$

$$\Rightarrow a = \frac{v}{t}$$

$$\Rightarrow t = \frac{v}{a}$$

| | |
|-------------------------|---------------------------------|
| v [m/s] | vitesse |
| a [m/s ²] | accélération ou décélération |
| t [s] | temps |

Espace parcouru s

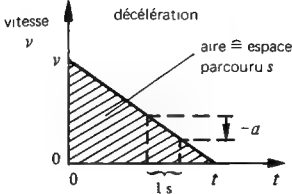
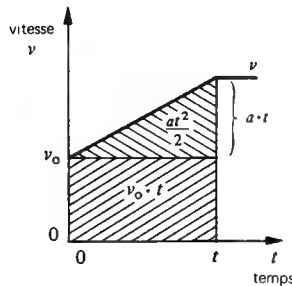
$$s = \frac{v \cdot t}{2}$$

$$s = \frac{a \cdot t^2}{2}$$

$$s = \frac{v^2}{2a}$$

| | |
|-------------------------|---------------------------------|
| s [m] | espace parcouru |
| v [m/s] | vitesse après t secondes |
| t [s] | temps |
| a [m/s ²] | accélération ou décélération |

Lorsque la vitesse augmente, a est positif ($+a$)
Lorsque la vitesse diminue, a est négatif ($-a$)

Mouvement uniformément accéléré avec vitesse initiale v_0 

Accélération

$$a = \frac{v - v_0}{t}$$

Vitesse finale

$$v = v_0 + at$$

$$= \sqrt{v_0^2 + 2as}$$

Espace parcouru

$$s = \frac{v_0 + v}{2} \cdot t$$

$$= v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$$

$$\Rightarrow s = v_m \cdot t$$

| | |
|-------------------------|------------------------------------------------|
| v [m/s] | vitesse finale |
| v_0 [m/s] | vitesse initiale |
| v_m [m/s] | vitesse moyenne |
| s [m] | espace parcouru |
| t [s] | temps |
| a [m/s ²] | accélération ($+a$) décélération ($-a$) |

Lors d'un mouvement uniformément décéléré, utiliser les mêmes formules en tenant compte que a est négatif ($-a$)!

Chute des corps dans le vide : $a = g \approx 9,81 \text{ m/s}^2$ sur Terre

Chute libre

sans vitesse initiale v_0

$$v = g \cdot t$$

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

$$h = \frac{g \cdot t^2}{2} = \frac{v \cdot t}{2}$$

Corps lancé vers le haut

avec vitesse initiale v_0

Hauteur max. atteinte :

$$h_{\max} = \frac{v_0^2}{2 \cdot g}$$

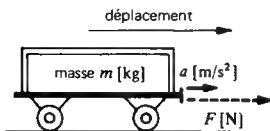
Durée de la montée:

$$t = \frac{v_0}{g} = \frac{2 h_{\max}}{v_0}$$

| | |
|-------------------------|---------------------------------|
| v [m/s] | vitesse après t secondes |
| v_0 [m/s] | vitesse initiale |
| h [m] | hauteur |
| t [s] | temps |
| g [m/s ²] | accélération de la pesanteur |

Mouvements d'un véhicule en tenant compte des résistances au roulement, de l'air, de la pente : voir pages 76-79.

Loi fondamentale



$$F = m \cdot a$$

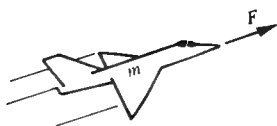
$$\Rightarrow m = \frac{F}{a} \Rightarrow a = \frac{F}{m}$$

m [kg] masse
 a [m/s²] accélération
 F [N] force

Remarque : la force et l'accélération sont deux grandeurs vectorielles. La notation vectorielle (\vec{F} et \vec{a}) a été supprimée par simplification.

Mouvement d'un corps de masse m , soumis à une force F

Sans tenir compte
des frottements



$$m \cdot \Delta v = F \cdot \Delta t$$

Variation de quantité de mouvement = impulsion pendant Δt

Variation de vitesse

$$\Rightarrow \Delta v = \frac{F \cdot \Delta t}{m}$$

m [kg] masse
 F [N] force résultante exercée sur la masse
 Δv [m/s] variation de vitesse
 Δt [s] variation de temps

Force accélérante ou décélérante

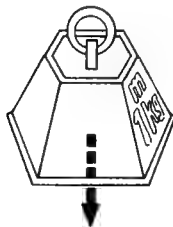
$$\Rightarrow F = \frac{m \cdot \Delta v}{\Delta t}$$

Variation de temps

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{m \cdot \Delta v}{F}$$

Force de pesanteur G d'un corps: c'est la force que l'attraction terrestre, lunaire, etc., exerce sur le co

masse marquée



force de pesanteur
de la masse marquée.
Sur Terre:

$$G = 1 \text{ kg} \times 9,81 \text{ m/s}^2 = 9,81 \text{ N}$$

$$F = m \cdot a$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$G = m \cdot g \Rightarrow m = \frac{G}{g}$$

m [kg] masse du corps
 g [m/s²] accélération de la pesanteur
 G [N] force de pesanteur du corps

En un même lieu, g a la même grandeur pour tous les corps.

Exemple:

à Paris $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

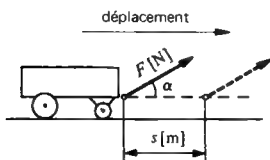
sur la Lune $g = 1,63 \text{ m/s}^2$

Une force constante travaille quand son point d'application se déplace.

Unité de travail : le joule [J]

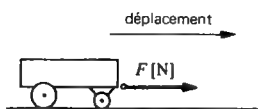
1 J = 1 Nm

Travail d'une force constante quelconque



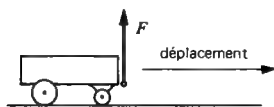
$$W = F \cdot s \cdot \cos \alpha$$

W [J] travail mécanique
 F [N] force constante
 s [m] espace parcouru par le point d'application de F



Si $\alpha = 0 \rightarrow \cos \alpha = 1$

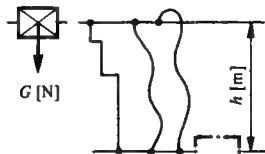
$$W = F \cdot s$$



Si $\alpha = 90^\circ \rightarrow \cos \alpha = 0$

$$W = 0$$

Travail de la pesanteur



le chemin parcouru par le corps peut être quelconque

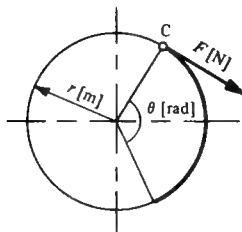
$$W = G \cdot h$$

ou bien

$$W = m \cdot g \cdot h$$

W [J] travail mécanique
 G [N] force de pesanteur
 h [m] hauteur
 m [kg] masse
 g [m/s²] accélération de la pesanteur

Travail d'une force tangente à un cercle



$$W = F \cdot r \cdot \theta$$

ou bien

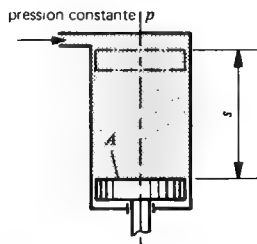
$$W = M \cdot \theta$$

avec $M = F \cdot r$

Si le point C fait n tours,
on aura $\theta = 2 \pi n$ [rad]

W [J] travail mécanique
 F [N] force tournante
 r [m] rayon du cercle
 M [Nm] moment de torsion
 θ [rad] angle balayé
 1 rad = 57,3°

Rappel : rad = $\frac{m}{m}$ (voir p. 28)

Travail d'un fluide sous pression constante

$$W = p \cdot V$$

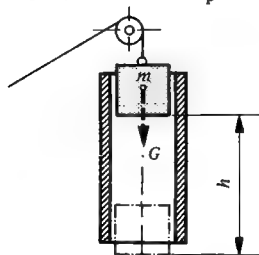
ou bien

$$W = \frac{p \cdot V}{10}$$

avec $V = s \cdot A$

| | |
|-----------------------|---------------------------|
| W [J] | travail |
| V [m ³] | variation de volume |
| p [Pa] | pression constante |
| | 1 Pa = 1 N/m ² |

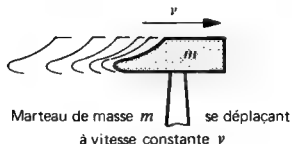
| | |
|------------------------|-------------------------------|
| W [J] | travail |
| V [cm ³] | variation de volume |
| p [bar] | pression |
| | 1 bar = 1 daN/cm ² |

Energie potentielle W_p , ou énergie en réserve, en attente

$$W_p = G \cdot h = m \cdot g \cdot h$$

avec $G = m \cdot g$

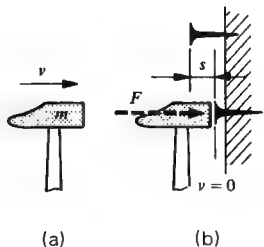
| | |
|-----------|------------------------------------|
| W_p [J] | énergie potentielle |
| G [N] | force de pesanteur |
| h [m] | hauteur |
| m [kg] | masse |
| | $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ sur Terre |

Energie cinétique W_c ou énergie de mouvement

Marteau de masse m se déplaçant
à vitesse constante v

$$W_c = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

| | |
|-----------|--------------------------------------------|
| W_c [J] | énergie cinétique du corps en mouvement |
| m [kg] | masse du corps |
| v [m/s] | vitesse du corps |

Transformation d'une énergie cinétique en un travail mécanique

(a)

(b)

a) Le corps de masse m possède
une énergie cinétique égale à :

$$W_c = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

b) Le corps restitue cette
énergie W_c sous forme de travail
mécanique $W = F \cdot s$ et d'énergie
calorifique. En négligeant cette dernière,
on en déduit la force travaillante :

$$F = \frac{m \cdot v^2}{2s}$$

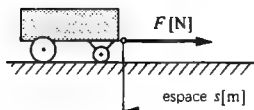
| | |
|-----------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| F [N] | force de frappe |
| m [kg] | masse du corps en mouvement |
| v [m/s] | vitesse du corps |
| s [m] | déplacement durant lequel le corps restitue son énergie et perd sa vitesse |

La puissance représente le travail produit ou absorbé à chaque seconde

Unité SI : le watt [W]

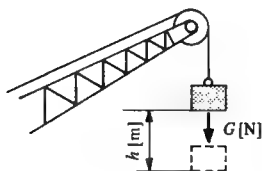
$$\text{puissance} = \frac{\text{travail}}{\text{temps}} = \frac{W}{t}$$

Puissance d'une force constante



$$P = \frac{F \cdot s}{t}$$

| | |
|---------|-----------------|
| P [W] | puissance |
| F [N] | force constante |
| s [m] | espace parcouru |
| t [s] | temps |



$$P = \frac{G \cdot h}{t}$$

| | |
|---------|--------------------|
| G [N] | force de pesanteur |
| h [m] | hauteur |

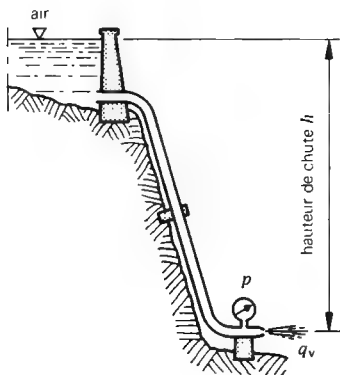


$$P = F \cdot v$$

| | |
|-----------|---------|
| v [m/s] | vitesse |
|-----------|---------|

Énergie électrique absorbée
 $W = R \cdot I^2 \cdot t$

Puissance d'un débit-volume sous pression constante



En négligeant les frottement dans la conduite, on a :

Puissance = débit-force \times hauteur

$$P = q_F \cdot h$$

$$q_F = q_m \cdot g = q_v \cdot \rho \cdot g$$

$$P = q_v \cdot \rho \cdot g \cdot h$$

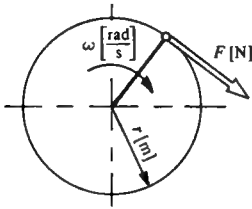
| | |
|--------------------------|----------------------------------|
| P [W] | puissance |
| q_F [N/s] | débit-force |
| q_m [kg/s] | débit-masse |
| q_v [m³/s] | débit-volume |
| ρ [kg/m³] | masse volumique, voir page 18 |
| h [m] | hauteur de chute |
| $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ | sur Terre |

La pression du fluide, mesurée à la sortie de la conduite, vaut :

$$p = \rho \cdot g \cdot h$$

$$P = q_v \cdot p$$

| | |
|--------------|--------------------|
| P [W] | puissance |
| q_v [m³/s] | débit-volume |
| p [Pa] | pression du fluide |
| | 1 bar = 10^5 Pa |

Puissance développée par une force F tournante

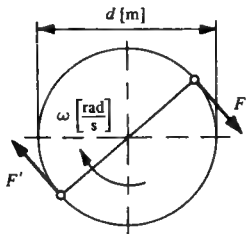
$$P = F \cdot r \cdot \omega$$

$$\text{avec } M = F \cdot r$$

$$P = M \cdot \omega$$

$$\text{avec } \omega = 2\pi n$$

| | | |
|----------|---------|-----------------------|
| P | [W] | puissance |
| F | [N] | force tournante |
| r | [m] | rayon du cercle |
| M | [Nm] | moment |
| ω | [rad/s] | vitesse angulaire |
| n | [tr/s] | fréquence de rotation |

Puissance développée par un couple $F'F'$ 

$$P = 2 \cdot F' \cdot r \cdot \omega$$

$$P = F' \cdot d \cdot \omega$$

$$\text{avec } \omega = 2\pi n$$

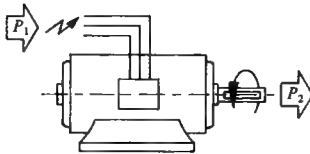
| | | |
|----------|---------|------------------------------------|
| P | [W] | puissance |
| F' | [N] | l'une des deux forces du couple |
| r | [m] | rayon du cercle |
| d | [m] | diamètre |
| ω | [rad/s] | vitesse angulaire |
| n | [tr/s] | fréquence de rotation |

Formules pratiques : Puissance — Moment — Fréquence de rotation

$$P = \frac{M \cdot n}{9550}$$

$$M = 9550 \frac{P}{n}$$

| | | |
|-----|----------|-----------------------|
| P | [kW] | puissance |
| M | [Nm] | moment |
| n | [tr/min] | fréquence de rotation |

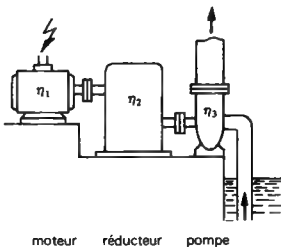
Rendement d'une machine

$$\eta = \frac{\text{Travail utile } W_2}{\text{Travail absorbée } W_1} = \frac{\text{Puissance utile } P_2}{\text{Puissance absorbée } P_1}$$

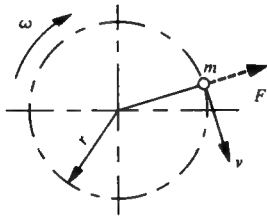
à régime constant et même durée Δt pour W_1 et W_2

Rendement global de plusieurs machines :

$$\eta_g = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \dots$$



Effet centrifuge

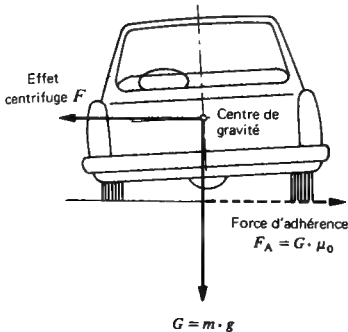


$$F = m \cdot r \cdot \omega^2 = \frac{m \cdot v^2}{r}$$

$$\text{avec } v = \omega \cdot r$$

| | |
|------------------|--------------------------------------------------|
| F [N] | effet centrifuge |
| m [kg] | masse en mouvement |
| r [m] | rayon du cercle décrit |
| ω [rad/s] | vitesse angulaire du corps en mouvement |
| v [m/s] | vitesse circconférentielle du corps en mouvement |

Exemple d'application de l'effet centrifuge sur une voiture automobile :



En virage, l'effet centrifuge F tend à chasser la voiture vers l'extérieur de la courbe.

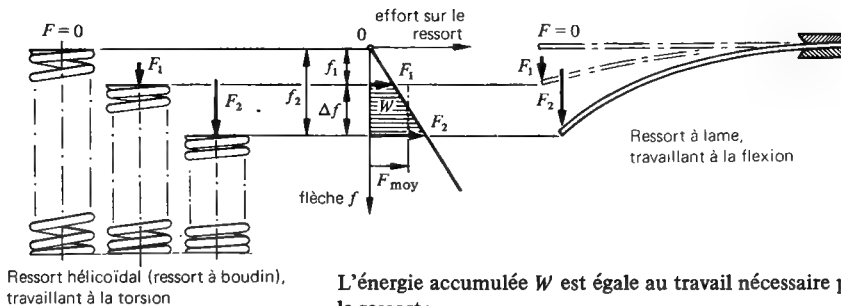
Sa force de pesanteur G crée une force d'adhérence $F_A = G \cdot \mu_0$ qui tend à maintenir le véhicule sur sa trajectoire. (L'adhérence représente la force qui serait nécessaire pour faire glisser le véhicule : voir coefficient d'adhérence μ_0 page 21).

Dès que l'adhérence diminue (route mouillée, gravillons, pneus usés, verglas, etc.), il faut diminuer la vitesse de la voiture afin de diminuer l'effet centrifuge F .

Si $F < F_A$ la voiture conserve sa trajectoire, mais s'incline vers l'extérieur du virage.

Si $F > F_A$ la voiture dérape.

Energie accumulée dans un ressort



Ressort hélicoïdal (ressort à boudin), travaillant à la torsion

Ressort à lame, travaillant à la flexion

L'énergie accumulée W est égale au travail nécessaire pour comprimer le ressort :

$$W = F_{\text{moy}} \cdot \Delta f$$

$$F_{\text{moy}} = \frac{F_1 + F_2}{2}$$

| | |
|--------------------------|------------------------|
| W | énergie accumulée |
| $F_1 F_2 F_{\text{moy}}$ | efforts sur le ressort |
| $f_1 f_2 \Delta f$ | flèche |
| k | constante du ressort |

Constante d'un ressort

$$k = \frac{\Delta F}{\Delta f} = \frac{F_2 - F_1}{f_2 - f_1}$$

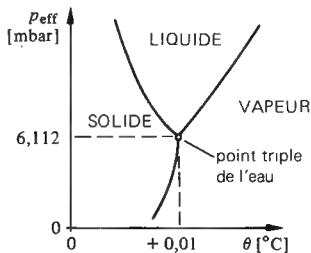
Température

La température est une grandeur proportionnelle à l'énergie cinétique moyenne d'agitation des molécules contenues dans un corps; elle exprime le **niveau d'énergie contenu** dans le corps.

Dans le système SI, les températures peuvent être exprimées de deux manières:

- Sur l'échelle thermodynamique, le zéro absolu fournit un point fixe. On y lira une température absolue ou température thermodynamique T exprimée en kelvin, symbole [K].
- Sur l'échelle Celsius, le zéro est fourni par la température de fusion de la glace. On y lira une température Celsius θ exprimée en degré Celsius, symbole [$^{\circ}\text{C}$]. C'est la température relative ou température usuelle.

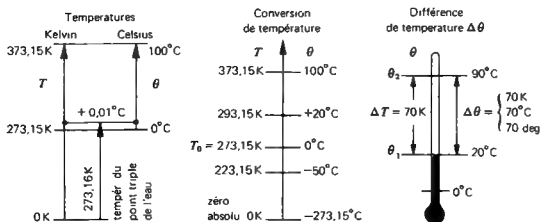
Un intervalle de température ΔT ou $\Delta \theta$ a la même valeur en kelvin ou en degré Celsius:



$$1 \text{ kelvin} = 1 \text{ degré Celsius}$$

Le zéro de l'échelle thermodynamique est situé **273,16 K** au-dessous du point triple de l'eau (voir définition p. 17). C'est un point unique où les trois états solide, liquide et vapeur coexistent sans s'échanger de matière ni d'énergie. Il est situé $0,01 \text{ K} = 0,01^{\circ}\text{C}$ au-dessus du point de congélation de l'eau.

Changement d'échelle : Le point zéro de l'échelle thermodynamique est situé **273,15 K** plus bas que le point zéro de l'échelle Celsius. Dans les cas simples, nous admettons la valeur **273 K**.



$$T_{\text{K}} = \theta_{\text{C}} + 273$$

Conversion d'unité Fahrenheit [$^{\circ}\text{F}$]
en unité Celsius [$^{\circ}\text{C}$]

$$\theta_{\text{C}} = \frac{5}{9} (\theta_{\text{F}} - 32^{\circ}\text{F})$$

Changement d'état d'un corps : Chaque corps est caractérisé par

- sa masse m ;
- sa chaleur massique c_s à l'état solide;
- sa chaleur massique c_l à l'état liquide;
- sa chaleur massique de fusion l_F ;
- sa chaleur massique de vaporisation l_V

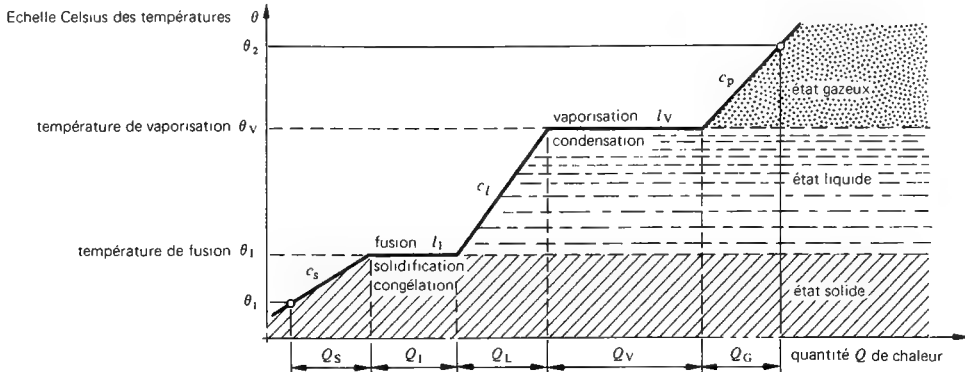
(voir table pages 18 et 19)

Suivant les conditions de température et de pression, le corps peut se trouver à l'état solide, liquide ou gazeux. Le passage d'un état à un autre nécessite une variation de l'énergie emmagasinée, c'est-à-dire une variation de la quantité de chaleur contenue dans le corps. La quantité de chaleur Q déplacée est proportionnelle à m , c , l et $\Delta \theta$.

Changement d'état d'un corps (suite)

La quantité de chaleur Q absorbée ou rejetée par un corps peut

- modifier uniquement sa température – à l'état solide \Rightarrow utiliser c_s
– à l'état liquide \Rightarrow utiliser c_l
- modifier uniquement son état, sans faire varier sa température
– fusion ou congélation \Rightarrow utiliser l_F
– vaporisation ou condensation \Rightarrow utiliser l_V
- modifier sa température et son état \Rightarrow somme de a) et b).



A l'état solide

$$Q_S = m \cdot c_s \cdot \Delta\theta$$

fusion ou solidification

$$Q_F = m \cdot l_F$$

A l'état liquide

$$Q_L = m \cdot c_l \cdot \Delta\theta$$

vaporisation ou condensation

$$Q_V = m \cdot l_V$$

A l'état gazeux, à pression constante

$$Q_G = m \cdot c_p \cdot \Delta\theta$$

$Q_S \quad Q_F \quad Q_L \quad Q_V \quad Q_G$ [J]

m [kg]

$\Delta\theta$ [K]

c_s [J/(kg·K)]

c_l [J/(kg·K)]

c_p [J/(kg·K)]

l_F [J/kg]

l_V [J/kg]

quantité de chaleur

masse du corps

intervalle de température

chaleur massique solide

chaleur massique liquide

chaleur massique du gaz à pression constante

chaleur massique de fusion

chaleur massique de vaporisation

voir Tables p. 18...19

Définitions: **Chaleur massique c**

C'est la quantité de chaleur absorbée ou rejetée par un corps de masse 1 kg, capable de faire varier sa température de 1 K.

Chaleur massique de fusion l_F ou chaleur latente de fusion.

Chaleur massique de vaporisation l_V ou chaleur latente de vaporisation.

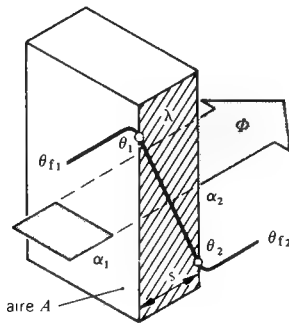
C'est la quantité de chaleur absorbée ou rejetée par un corps de masse 1 kg, capable de modifier complètement son état à température constante.

Propagation de la chaleur à travers une paroi

La chaleur se propage ensuite d'une différence de température entre deux points, du point le plus chaud au point le plus froid. Cette propagation est caractérisée par le flux thermique Φ traversant la paroi, c'est à dire la quantité de chaleur Q par seconde à fournir pour maintenir constant l'intervalle de température Δ

| | | | |
|------------------------------------------------------------|----------------------|--------------------|---------------------------------------------------|
| Définition du flux thermique : | $\Phi = \frac{Q}{t}$ | Φ [W] | flux thermique |
| Quantité de chaleur traversant une paroi dans un temps t | $Q = \Phi \cdot t$ | Q [J] t [s] | quantité de chaleur temps d'écoulement du flux |

Définition : la conductivité thermique λ exprime le flux thermique en [W] qui s'écoule en régime permanent à travers une paroi faite d'un matériau homogène, mesurant 1 m^2 d'aire et 1 m d'épaisseur, lorsque la différence de température des deux faces mesure 1 K .

Flux thermique à travers une paroi plane

a) de paroi à paroi

$$\Phi = \frac{\lambda}{s} \cdot A \cdot (\theta_{f1} - \theta_{f2})$$

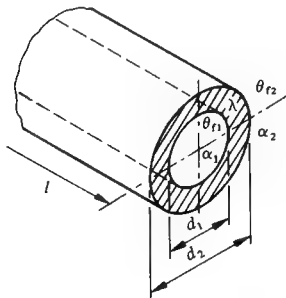
b) de fluide à fluide

$$\Phi = k \cdot A \cdot (\theta_{f1} - \theta_{f2})$$

avec

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{s}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}}$$

| | | |
|----------------------------|-------------------------|------------------------------------------------------------|
| Φ | [W] | flux thermique |
| λ | [W/(m·K)] | conductivité thermique (v. table p. 19) |
| A | [m ²] | aire de la paroi |
| s | [m] | épaisseur de la paroi |
| θ_{f1}, θ_{f2} | [K] | température de la paroi chaude, de la froide |
| k | [W/(m ² ·K)] | coefficient de transmission calorifique totale de la paroi |
| α_1, α_2 | [W/(m ² ·K)] | coefficient de transmission superficielle |
| θ_{f1}, θ_{f2} | [K] | température du fluide chaud, du fluide froid |
| d_1, d_2 | [m] | diamètre intérieur et extérieur du tube |

Flux thermique à travers un tube

a) à paroi épaisse

$$\Phi = k_t \cdot l \cdot (\theta_{f1} - \theta_{f2})$$

avec

$$k_t = \frac{\pi}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1,15}{\lambda} \cdot \log \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}}$$

b) à paroi mince, d'épaisseur s

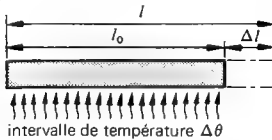
Φ se calcule comme s'il s'agissait d'une paroi plane ci-dessus, avec $A = 2\pi dl$.

Remarques : α_1 et α_2 peuvent varier entre $6\text{ W/(m}^2\cdot\text{K)}$ pour de l'air immobile et $60\,000\text{ W/(m}^2\cdot\text{K)}$ pour de la vapeur en mouvement.

Ancienne unité de λ : $1 \frac{\text{kcal}}{\text{h} \cdot \text{m} \cdot ^\circ\text{C}} = 1,163 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$.

Dilatation des corps solides

a) dilatation linéaire



allongement

$$\Delta l = l_0 \cdot \alpha \cdot \Delta \theta$$

longueur globale

$$l = l_0 (1 + \alpha \cdot \Delta \theta)$$

augmentation de volume

$$\Delta V = V_0 \cdot 3\alpha \cdot \Delta \theta$$

volume global

$$V = V_0 (1 + 3\alpha \cdot \Delta \theta)$$

variation de ρ

$$\rho = \frac{\rho_0}{1 + 3\alpha \cdot \Delta \theta}$$

Δl [mm]

l_0 [mm]

l [mm]

α [1/K]

γ [1/K]

$\Delta \theta$ [K]

ΔV [m³] [mm³]

V_0 [m³] [mm³]

V [m³] [mm³]

ρ_0 [kg/dm³]

ρ [kg/dm³]

ρ_0 [kg/dm³]

ρ [kg/dm³]

$\Delta \theta$ [K]

allongement

longueur initiale

longueur globale

après dilatation

coefficient de dilatation

linéaire d'un solide

(voir table page 19)

coefficient de dilatation

volumique d'un liquide

intervalle de tem-

pérature

augmentation de

volume

volume initial

volume global

après dilatation

initiale

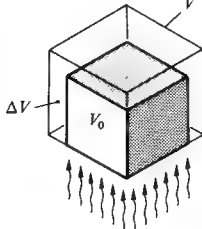
masse volumique

après dilatation

intervalle de tem-

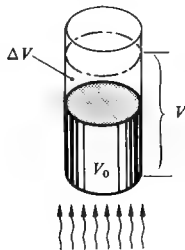
pérature

b) dilatation volumique



intervalle de température $\Delta \theta$

Dilatation des corps liquides



intervalle de température $\Delta \theta$

augmentation de volume

$$\Delta V = V_0 \cdot \gamma \cdot \Delta \theta$$

volume global

$$V = V_0 (1 + \gamma \cdot \Delta \theta)$$

Variation de ρ

$$\rho = \frac{\rho_0}{1 + \gamma \cdot \Delta \theta}$$

Remarque 1 : Les variations de volume de l'eau présentent des anomalies qui obligent à consulter un graphique ou une table.

Remarque 2 : Lors de la dilatation d'un liquide dans un récipient, utiliser le coefficient apparent de dilatation γ_{app} qui s'obtient en soustrayant au coefficient de dilatation du liquide γ le coefficient de dilatation cubique du récipient 3α .

$$\gamma_{app} = \gamma - 3\alpha \quad \alpha \quad \gamma \quad \text{voir table p. 19}$$

Mélange de deux liquides, sans changement d'état

masse chaude ①

masse froide ②

Température θ_m du liquide mélangé

a) les liquides sont différents:

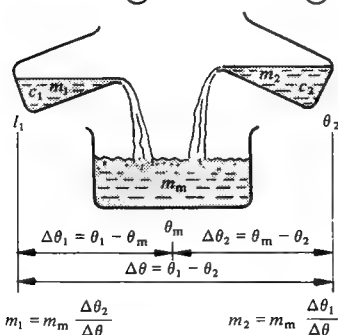
$$c_1 \neq c_2$$

b) les liquides sont les mêmes:

$$c_1 = c_2$$

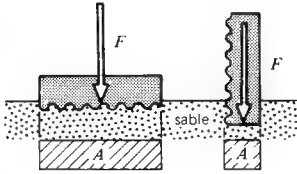
$$\theta_m = \frac{m_1 \cdot c_1 \cdot \Delta \theta_1 + m_2 \cdot c_2 \cdot \Delta \theta_2}{m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot c_2}$$

$$\theta_m = \frac{m_1 \cdot \theta_1 + m_2 \cdot \theta_2}{m_1 + m_2}$$



masse [kg]
température [K] ou [°C]
chaleur massique [J/(kg·K)]

| | masse chaude | masse froide | mélange |
|------------------|-----------------|-----------------|------------|
| masse | m_1 | m_2 | m_m |
| température | θ_1 | θ_2 | θ_m |
| chaleur massique | c_1 | c_2 | |

Pression entre corps solides

$$\text{pression} = \frac{\text{force pressante}}{\text{aire projetée}}$$

$$p = \frac{F}{A}$$

| (SI) | ou | |
|------------------------------------|-----------------------------------------------|----------------------------------------|
| p [Pa] | $\left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]$ | pression |
| F [N] | [N] | force pressante |
| A [m ²] | [mm ²] | aire projetée dans la direction de F |
| $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$ | | |
| $1 \text{ N/mm}^2 = 1 \text{ MPa}$ | | |

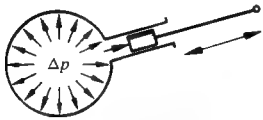
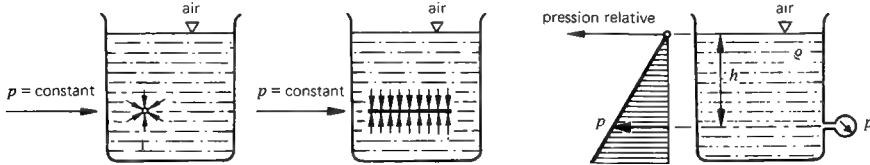
Pressions dans les liquides

1er principe: La pression exercée en un point d'un liquide en équilibre est indépendante de la direction.

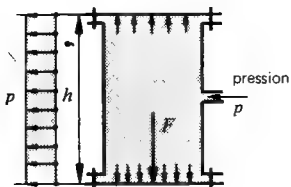
2e principe: Les surfaces horizontales d'un liquide en équilibre sont des surfaces d'égale pression.

Echelle des pressions: voir p. 67

3e principe: La variation de pression est proportionnelle à la profondeur h atteinte et à la masse volumique ρ
 - si h augmente $\Rightarrow p$ augmente
 - si ρ diminue $\Rightarrow p$ diminue.

**Principe de Pascal**

Toute variation de pression Δp exercée en un point d'un liquide en équilibre se transmet intégralement dans toutes les directions.

**Application à un récipient fermé**

Lorsque h n'est pas très important on néglige la masse du liquide, F et on admet:

$$F = p \cdot A \quad p = \frac{F}{A}$$

| (SI) | ou | |
|-----------------------|--------------------|----------------------------------------|
| F [N] | [daN] | effort sur les couvercles du récipient |
| p [Pa] | [bar] | pression relative à l'intérieur |
| A [m ²] | [cm ²] | aire des couvercles |

Application aux mécanismes hydrauliques**Transmission de la pression**

$$p = \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

$$F_1 \cdot A_2 = F_2 \cdot A_1$$

$$s_1 \cdot A_1 = s_2 \cdot A_2$$

| (SI) | ou | |
|------------------------------|--------------------|------------------------------|
| F_1, F_2 [N] | [daN] | effort sur les pistons |
| A_1, A_2 [m ²] | [cm ²] | aire des pistons |
| p [Pa] | [bar] | pression relative du liquide |
| s_1, s_2 [m] | [cm] | course des pistons |

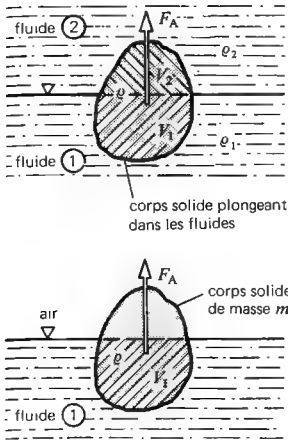
Unités de pression (voir également p. 14 et p. 67)

Unité SI, valable pour tous les corps

Unité pratique, valable uniquement pour mesurer des fluides

Unité pratique, valable uniquement pour mesurer la pression atmosphérique

| | | |
|-------------|--------|------------------------------------|
| le pascal | [Pa] | $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$ |
| le bar | [bar] | $1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$ |
| le millibar | [mbar] | $1 \text{ mbar} = 10^2 \text{ Pa}$ |



Principe d'Archimède

Tout corps plongé dans des fluides subit une poussée verticale F_A égale à la force de pesanteur des fluides déplacés ① et ②.

$$F_A = V_1 \cdot \rho_1 \cdot g + V_2 \cdot \rho_2 \cdot g$$

Volume du corps solide $V = V_1 + V_2$

Si le fluide ② est un gaz, la poussée F_A devient :

$$F_A = V_1 \cdot \rho_1 \cdot g$$

Dans ce cas, la masse m du corps flottant est égale à la masse du liquide déplacé

$$m = V \cdot \rho = V_1 \cdot \rho_1$$

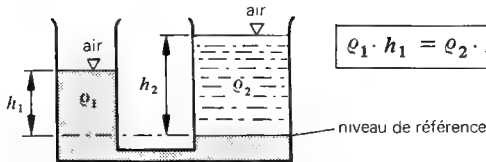
Cas 1. Si $\rho < \rho_1$ le corps solide flotte.

Cas 2. Si $\rho = \rho_1$ le corps est en suspension dans le liquide.

Cas 3. Si $\rho > \rho_1$ le corps coule, il sombre.

| | SI | ou | |
|------------------|---------|----------|-------------------------------------------------------|
| F_A | [N] | [N] | poussée d'Archimède |
| V_1, V_2 | [m³] | [dm³] | volumes partiels déplacés |
| V | [m³] | [dm³] | volume du corps solide |
| ρ_1, ρ_2 | [kg/m³] | [kg/dm³] | masse volumique des fluides en contact (voir page 18) |
| ρ | [kg/m³] | [kg/dm³] | masse volumique du corps solide plein |
| g | [m/s²] | [m/s²] | accélération de la pesanteur |
| m | [kg] | [kg] | masse du corps solide |

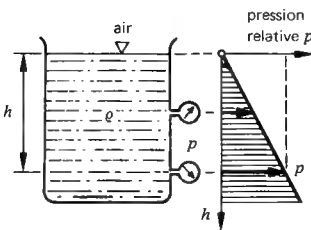
Equilibre de deux liquides non miscibles



$$\rho_1 \cdot h_1 = \rho_2 \cdot h_2$$

| | |
|------------------|------------------------------------------|
| ρ_1, ρ_2 | masse volumique des liquides |
| h_1, h_2 | hauteur au-dessus du niveau de référence |

Variation de la pression dans un fluide (application du 3e principe)



$$p = \rho \cdot g \cdot h$$

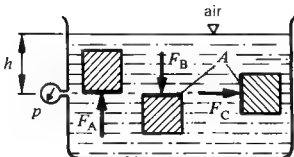
| | | |
|--------|---------|---------------------------------------------------------|
| p | [Pa] | pression relative du fluide régnant à la profondeur h |
| ρ | [kg/m³] | masse volumique (voir p. 18) |
| g | [m/s²] | accélération de la pesanteur |
| h | [m] | profondeur |

ou bien

$$p = \frac{\rho \cdot g \cdot h}{100}$$

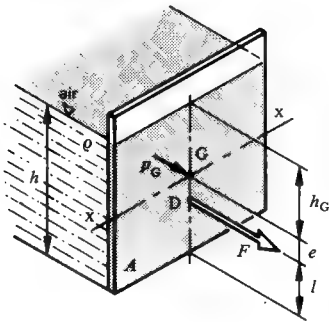
| | | |
|--------|----------|------------------------------|
| p | [bar] | pression relative du fluide |
| ρ | [kg/dm³] | masse volumique (voir p. 18) |
| g | [m/s²] | accélération de la pesanteur |
| h | [m] | profondeur |

Force pressante sur une surface plane immergée



$$F_A = F_B = F_C = p \cdot A$$

| | | |
|-----------------|------|----------------------------------------------------|
| F_A, F_B, F_C | [N] | force pressante agissant au centre de gravité de A |
| p | [Pa] | pression relative régnant à la profondeur h |
| A | [m²] | aire de la paroi |

Force pressante F sur la paroi verticale d'un récipient

$$F = p_G \cdot A = h_G \cdot \rho \cdot g \cdot A$$

Moment M de renversement de la paroi

$$M = F \cdot l$$

a) paroi de forme rectangulaire

$$l = \frac{h}{3}$$

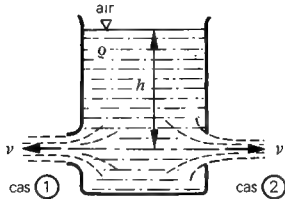
b) paroi de forme quelconque

$$l = h - h_G - e$$

$$e = \frac{I_x}{A \cdot h_G}$$

| | |
|-----------------------------|---------------------------------------------------------------------------|
| F [N] | force pressante |
| p_G [Pa] | pression relative au niveau du centre de gravité G de l'aire de contact |
| A [m ²] | aire de contact eau-paroi |
| h_G [m] | distance du centre de gravité |
| ρ [kg/m ³] | masse volumique du liquide (v. tables p. 18) |
| g [m/s ²] | accélération de la pesanteur |
| M [Nm] | moment de renversement |
| h, e, l [m] | distances diverses |
| I_x [m ⁴] | moment d'inertie de l'aire de contact A (v. page 119) |

Vitesse d'écoulement à travers un orifice



$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{\frac{2p}{\rho}}$$

Débit-volume

$$q_v = \varphi \cdot A \cdot v$$

Cas 1 : bord fortement arrondi

$$\varphi = 0,97$$

bord légèrement arrondi

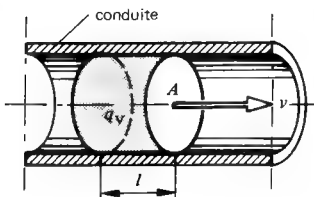
$$\varphi = 0,90$$

Cas 2 : bord aigu

$$\varphi = 0,61$$

| | |
|-----------------------------|---------------------------------------------------------|
| v [m/s] | vitesse de sortie |
| h [m] | hauteur de liquide |
| p [Pa] | pression du liquide agissant sur le centre de l'orifice |
| $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ | |
| ρ [kg/m ³] | masse volumique du liquide |
| q_v [m ³ /s] | débit-volume |
| A [m ²] | aire de l'orifice d'écoulement |
| φ | coefficient d'écoulement |

Débit théorique d'écoulement dans une conduite horizontale (voir également p. 70)

Débit = aire \times vitesse

$$q_v = A \cdot v$$

Vitesse d'écoulement

$$v = \frac{q_v}{A} = \frac{\text{débit-volume}}{\text{aire}}$$

| | |
|---------------------------|---------------------------------------|
| q_v [m ³ /s] | débit-volume |
| A [m ²] | aire de la section utile |
| v [m/s] | vitesse d'écoulement dans la conduite |

Les pertes de charge dans la conduite sont négligées.

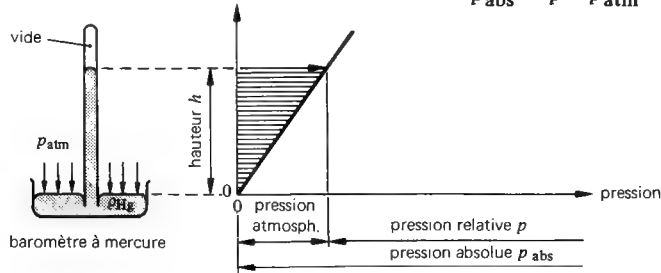
Echelles de pression Les pressions des fluides et des gaz en particulier peuvent être exprimées dans l'une ou l'autre des échelles suivantes :

Echelle des pressions relatives p , ayant pour zéro la pression du milieu ambiant, c'est à dire la pression atmosphérique régnant au moment de la mesure. Les pressions relatives se mesurent avec des **manomètres**.

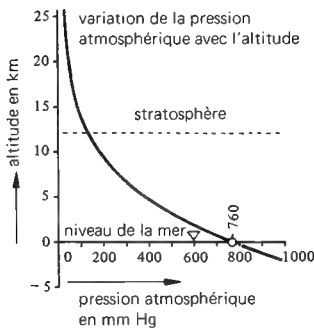
Echelle des pressions absolues p_{abs} , ayant pour zéro la pression du vide.

Pression absolue = pression relative + pression atmosphérique

$$p_{abs} = p + p_{atm}$$



Pression atmosphérique p_{atm} : son unité peut être exprimée en pascal [Pa], en millibar [mbar], en millimètre de mercure [mmHg].



Mesure au baromètre à mercure

$$p_{atm} = \rho_{Hg} \cdot g \cdot h$$

Conversion des unités : $1 \text{ Pa} = \frac{1}{100} \text{ mbar}$
 $1 \text{ mbar} = 100 \text{ Pa}$

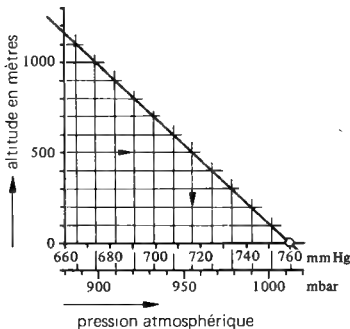
p_{atm} [Pa] pression atmosphérique
 $\rho_{Hg} = 13\,590 \text{ kg/m}^3$ masse volumique du mercure

$g = 9,81 \text{ m/s}^2$

h [m] hauteur de la colonne de mercure

La pression atmosphérique varie

- avec l'altitude (3ème principe) : à basse altitude, on a approximativement une diminution de 1 mmHg pour une élévation dans l'air de 10,5 m.
- avec le temps : à l'altitude zéro (bord de mer), on a par temps normal $h = 760 \text{ mmHg}$.



Etat normal d'un gaz

Un mètre cube de gaz à l'état normal [1 m^3_n] est caractérisé par :

- une température normale $T_n = 273 \text{ K}$ ou 0°C
- une pression normale $p_n = 101\,325 \text{ Pa} = 1013,25 \text{ mbar}$ ou 760 mmHg

Masse volumique de quelques gaz à l'état normal (voir Table p.18)

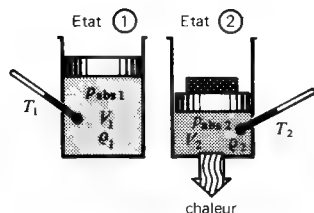
Variation de la masse volumique de l'air sec (voir Table p. 22).

| | $J/(\text{m}^3 \cdot \text{K})$ | c_p | $J/(\text{kg} \cdot \text{K})$ |
|------------------------------------------------------------|---------------------------------|-------|--------------------------------|
| Chaleur massique de l'air, à pression constante | 1293 | | 1000 |
| Chaleur massique de la vapeur d'eau à 100°C | 1565 | | 1930 |

Lois des gaz parfaits

Les lois physiques qui régissent les gaz utilisent

- l'échelle thermodynamique des températures T (voir p. 60)
- l'échelle des pressions absolues p_{abs} (voir p. 67)



A température constante $T_1 = T_2$

Loi de Boyle-Mariotte

- a) A température constante ($T_1 = T_2$) le volume occupé par une même masse de gaz varie en raison inverse de la pression qu'elle supporte.

$$\frac{p_{\text{abs } 1}}{p_{\text{abs } 2}} = \frac{V_2}{V_1} \quad \text{ou}$$

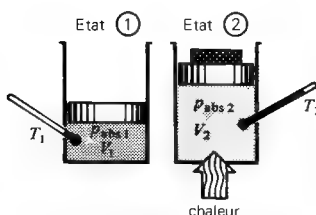
$p_{\text{abs } 1}, p_{\text{abs } 2}$ pressions
absolues du gaz
 V_1, V_2 volumes occupés
par le gaz

$$p_{\text{abs } 1} \cdot V_1 = p_{\text{abs } 2} \cdot V_2 = \text{Cte}$$

- b) A température constante, la masse volumique d'un gaz est directement proportionnelle à la pression que ce gaz supporte.

$$\frac{p_{\text{abs } 1}}{p_{\text{abs } 2}} = \frac{\varrho_1}{\varrho_2}$$

ϱ_1, ϱ_2 masse volumiques
du gaz



A pression constante $p_{\text{abs } 1} = p_{\text{abs } 2}$

Loi de Gay-Lussac

- A pression constante ($p_1 = p_2$), le volume occupé par une même masse de gaz est directement proportionnel à la température absolue du gaz.

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} \quad \text{ou} \quad V_1 \cdot T_2 = V_2 \cdot T_1$$

V_1, V_2 volumes occupés
par le gaz
 T_1, T_2 [K] temp. absolue
du gaz

Loi générale des gaz parfaits (Boyle-Mariotte + Gay-Lussac)

Une masse de gaz parfait, passant d'un état initial ① donné par $p_{\text{abs } 1}, V_1$ et T_1 à un état final ② donné par $p_{\text{abs } 2}, V_2$ et T_2 , est soumise à la loi générale suivante :

$$\frac{p_{\text{abs } 1} \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_{\text{abs } 2} \cdot V_2}{T_2} = \text{Cte}$$

$p_{\text{abs } 1}, p_{\text{abs } 2}$ pression
absolue du gaz
 V_1, V_2 volume occupé
par le gaz
 T_1, T_2 [K] temp. absolue du

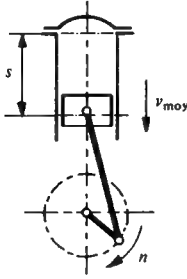
Variation de la masse volumique d'un gaz parfait passant d'un état initial ① à un état final ② :

$$\varrho_2 = \varrho_1 \frac{p_{\text{abs } 2} \cdot T_1}{p_{\text{abs } 1} \cdot T_2}$$

Remarques :

- Un gaz parfait obéit rigoureusement aux lois des gaz en toutes conditions de pression et de température; il n'existe pas.
- Les gaz réels suivent les lois des gaz d'autant mieux qu'ils sont plus éloignés de leurs conditions de liquéfaction et que la variation de la pression est plus faible.
- Dans les conditions ordinaires, les gaz rares ainsi que l'hydrogène, l'oxygène, l'azote, l'air, le monoxyde de carbone obéissent suffisamment à ces lois; par contre, le chlore, l'ammoniac, le dioxyde de carbone, le dioxyde de soufre, le méthane, le butane ... présentent des écarts qui sont cependant faibles (< 2,5%).

Vitesse moyenne d'un piston



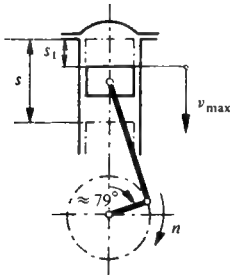
$$v_{\text{moy}} = 2 \cdot s \cdot n$$

$$\Rightarrow n = \frac{v_{\text{moy}}}{2s}$$

$$\Rightarrow s = \frac{v_{\text{moy}}}{2n}$$

| | |
|------------------------|--------------------------------------|
| v_{moy} [m/s] | vitesse moyenne |
| s [m] | course du piston |
| n [tr/s] | fréquence de rotation du vilebrequin |

Vitesse maximale instantanée d'un piston



v_{max} est obtenu lorsque la bielle est en position tangente

$$v_{\text{max}} \approx \pi \cdot s \cdot n$$

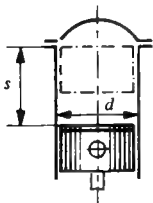
Accélération maximale du piston

$$a \approx \frac{v_{\text{max}}^2}{2s_1}$$

$$s_1 \approx 0,453 s$$

| | |
|-------------------------|------------------------------------------|
| v_{max} [m/s] | vitesse maximale du piston |
| n [tr/s] | fréquence de rotation |
| s [m] | course totale |
| s_1 [m] | position du piston pour v_{max} |
| a [m/s ²] | accélération ou décélération du piston |

Alésage-course



$$\text{Rapport } \frac{\text{course}}{\text{alésage}} = \frac{s}{d} \quad s \text{ et } d \text{ [mm]}$$

Suivant le résultat du rapport, les moteurs sont classés en 3 catégories:

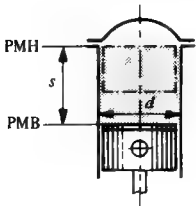
lorsque $s > d$, le moteur est à *course longue*;

lorsque $s = d$, le moteur est *carré*;

lorsque $s < d$, le moteur est *super-carré*;

le régime du moteur est inversement proportionnel à la grandeur de la course.

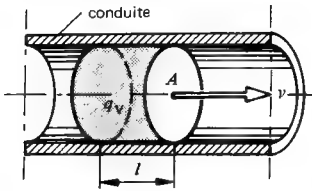
Cylindrée d'un moteur



$$V_{\text{cyl}} = \frac{\pi \cdot d^2 \cdot s \cdot i}{4}$$

| | |
|-------------------------------------|------------------------|
| V_{cyl} [cm ³] | cylindrée totale |
| d [cm] | diamètre des cylindres |
| s [cm] | course des pistons |
| i | nombre de cylindres |
| PMH | point mort haut |
| PMB | point mort bas |

$$\text{Equivalence: } 1 \text{ pouce}^3 = 16,39 \text{ cm}^3$$

Débit théorique dans une conduite (valable pour les liquides et les gaz)

$$\frac{V}{t} = A \cdot \frac{l}{t}$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$q_v = A \cdot v$$

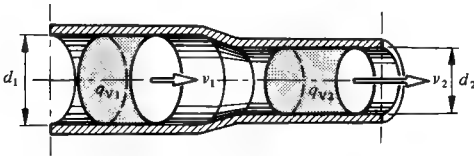
Débit-volume = aire × vitesse

| | | |
|-------|---------------------|-------------------|
| q_v | [m ³ /s] | débit-volume |
| A | [m ²] | aire de la |
| | | section utile |
| v | [m/s] | vitesse du fluide |
| | | dans la conduite |

Vitesse théorique d'écoulement

Les pertes de charge dans la conduite sont négligées

$$v = \frac{q_v}{A} = \frac{\text{débit-volume}}{\text{aire}}$$

Influence de la section des conduites sur la vitesse d'écoulement des fluides incompressibles

$$q_{v1} = q_{v2}$$

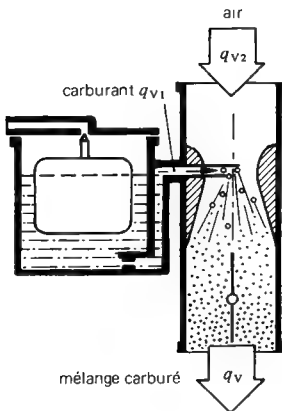
$$d_1^2 \cdot v_1 = d_2^2 \cdot v_2$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{d_2^2}{d_1^2}$$

 v_1, v_2 [m/s]
 d_1, d_2 [mm] ou [cm] ou [m]
Mélange carburé

$$\text{Mélange carburé} = \frac{\text{masse d'air [kg]}}{\text{masse de carburant [kg]}}$$

Cette valeur varie avec le type de carburant utilisé (voir tables p. 22).

**Débit-volume q_v du mélange carburé**

$$q_v = q_{v1} + q_{v2}$$

avec :

débit-volume de carburant

$$q_{v1} = \frac{q_{m1}}{\rho_1}$$

débit-volume d'air

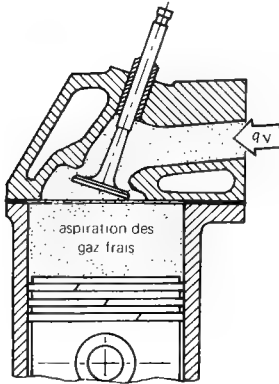
$$q_{v2} = \text{mélange} \times q_{v1} \frac{\rho_1}{\rho_2}$$

| | | |
|----------|----------------------|---------------------------------|
| q_v | [m ³ /h] | débit-volume de mélange carburé |
| q_{v1} | [m ³ /h] | débit-volume de carburant |
| q_{v2} | [m ³ /h] | débit-volume d'air |
| q_{m1} | [kg/h] | débit-masse de carburant |
| ρ_1 | [kg/m ³] | masse vol. du carburant |
| ρ_2 | [kg/m ³] | masse vol. de l'air |

Equivalence :

$$1 \text{ m}^3/\text{h} = \frac{1}{3,6} \text{ dm}^3/\text{s} = 0,277 \text{ dm}^3/\text{s}$$

Débit théorique du mélange carburé aspiré



a) par un moteur à 4 temps

$$q_v = \frac{V_{cyl} \cdot n \cdot k}{2}$$

b) par un moteur à 2 temps

$$q_v = V_{cyl} \cdot n \cdot k$$

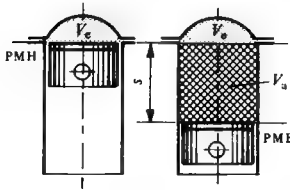
| (SI) | ou |
|-----------------------------|---------------------------------------------------|
| q_v [m ³ /s] | [dm ³ /s] débit-volume |
| V_{cyl} [m ³] | [dm ³] cylindrée (voir page 69) |
| n [tr/s] | [tr/s] fréquence de rotation du vilebrequin |

Le taux de remplissage des cylindres est caractérisé par le coefficient k

$$k = \frac{\text{volume réel des gaz frais aspirés}}{\text{cylindrée du moteur}}$$

pour les moteurs "aspirés" $0,6 < k < 0,9$
pour les moteurs "turbocompressés" $0,9 < k < 3$

Rapport volumétrique R_v



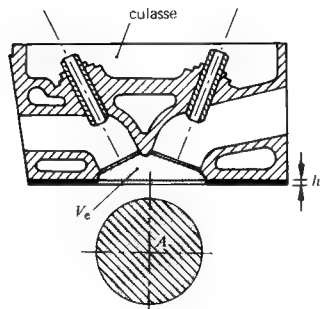
$$R_v = \frac{V_a + V_e}{V_e} = \frac{V_a}{V_e} + 1$$

$$V_e = \frac{V_a}{R_v - 1}$$

$$V_a = V_e (R_v - 1)$$

| | |
|--------------------------|---------------------------------------------------|
| R_v | rapport volumétrique |
| V_a [cm ³] | volume engendré par le déplacement du cylindre |
| V_e [cm ³] | volume de la chambre d'explosion |
| PMH | point mort haut |
| PMB | point mort bas |

Modification du rapport volumétrique R_v



Le volume V_e de la chambre d'explosion est diminué après chaque planage de la culasse

– Avant planage $V_{e1} = \frac{V_a}{R_{v1} - 1}$ indice 1 état avant le planage
indice 2 état après le planage

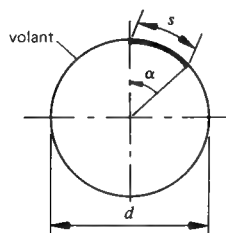
– Après planage $V_{e2} = \frac{V_a}{R_{v2} - 1}$ V_{e1}, V_{e2}, V_a [cm³]
 A [cm²]

Profondeur h du planage h [cm]

$$h = \frac{V_{e1} - V_{e2}}{A}$$

Variation ΔR_v du rapport volumétrique

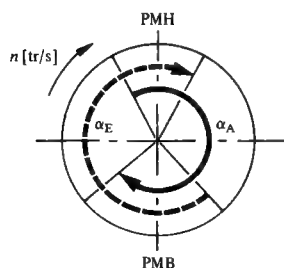
$$\Delta R_v = R_{v2} - R_{v1} = \frac{V_a}{V_{e2}} - \frac{V_a}{V_{e1}}$$

Volant moteur : longueur d'arc et déplacement angulaire

$$s = \frac{\pi \cdot d \cdot \alpha}{360^\circ}$$

$$\alpha = \frac{s \cdot 360^\circ}{\pi \cdot d}$$

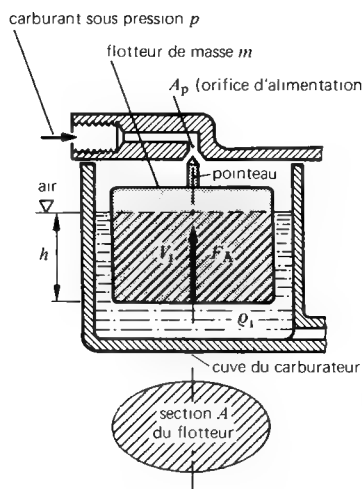
| | | |
|----------|------|------------------------------------------------------------|
| s | [mm] | longueur de l'arc, mesurée sur le volant |
| d | [mm] | diamètre du volant |
| α | [°] | déplacement angulaire du vilebrequin, mesuré sur le volant |

Durée d'ouverture des soupapes, calculée en fonction du déplacement angulaire α du vilebrequin mesuré sur le volant

$$t = \frac{\alpha}{n \cdot 360^\circ}$$

| | | |
|----------------------|--------|------------------------------------------------------------------------------------------------|
| t | [s] | durée d'ouverture des soupapes |
| n | [tr/s] | fréquence de rotation du vilebrequin |
| α_A, α_E | [°] | déplacement angulaire du volant, du début de l'ouverture à la fin de la fermeture des soupapes |

$\alpha_A \Rightarrow$ soupape d'admission
 $\alpha_E \Rightarrow$ soupape d'échappement

Position de fermeture du pointeau par le flotteur dans la cuve du carburateur

Poussée d'Archimède F_A

$$F_A = V_1 \cdot \varrho_1 \cdot g \cdot 1000$$

| | | |
|-------|----------------------|-------------------------------------|
| F_A | [N] | poussée du flotteur sur le pointeau |
| A_p | [cm ²] | aire de l'orifice d'alimentation |
| p | [N/cm ²] | pression d'alimentation |

Le pointeau ferme l'arrivée du carburant lorsque

$$F_A \geq p \cdot A_p$$

Masse du flotteur = masse de liquide déplacé

$$m = V_1 \cdot \varrho_1$$

Volume V_1 immergé

$$V_1 = \frac{m}{\varrho_1}$$

| | | |
|-------------|----------------------|----------------------------------------|
| V_1 | [cm ³] | volume immergé du flotteur |
| m | [g] | masse du flotteur |
| ϱ_1 | [g/cm ³] | masse volumique du carburant (page 22) |
| A | [cm ²] | aire de la section du flotteur |
| h | [cm] | hauteur immergée |

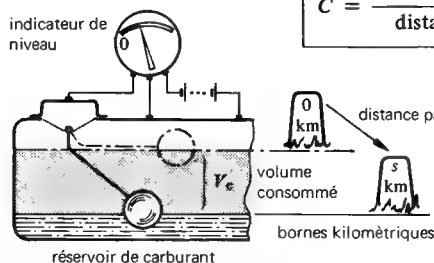
Hauteur immergée du flotteur

$$h = \frac{V_1}{A} = \frac{m}{A \cdot \varrho_1}$$

Consommation C de carburant par 100 km

La mesure peut se faire sur la route ou sur un banc d'essai

$$C = \frac{\text{volume consommé } V_c \text{ en litres}}{\text{distance parcourue } s \text{ en km}} \times 100$$

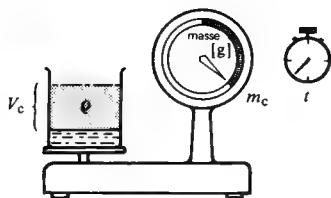


C [1/100 km]

consommation

Consommation spécifique C_{sp}

La mesure s'effectue au banc d'essai



$$C_{sp} = \frac{V_c \cdot \rho}{t \cdot P_2}$$

ou bien

$$C_{sp} = \frac{m_c}{t \cdot P_2}$$

avec $m_c = V_c \cdot \rho$

 $C_{sp} \text{ [g/kWh]}$ $V_c \text{ [cm}^3\text{]}$ m_c [g]

ρ [g/cm³]

t [h]

 P_2 [kW]

[g/(s · kW)]

[cm³]

[g]

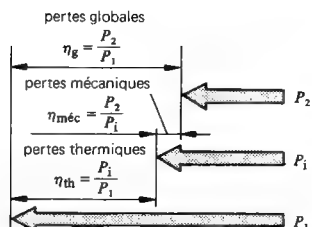
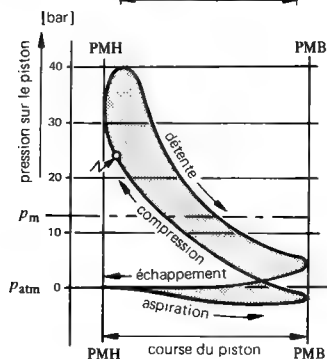
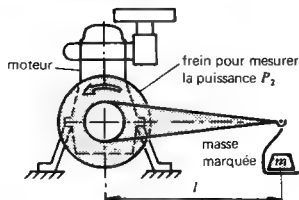
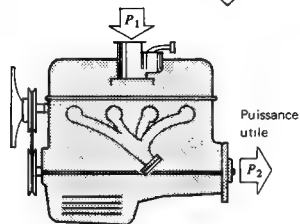
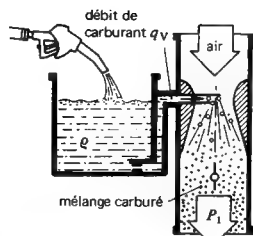
[g/cm^3]

[S]

[kW]

consommation
spécifique
volume de car-
burant consom-
mé dans le temps t
masse de carbu-
rant consommé
masse volumique
du carburant
(table p. 22)
 $1 \text{ kg/dm}^3 = 1 \text{ g/cm}^3$
durée de la mesure
puissance utile du
moteur (voir p. 74)

Notes

**Puissance absorbée P_1 sous forme de carburant**

$$P_1 = q_m \cdot H_i$$

$$q_m = q_v \cdot \rho$$

Puissance utile P_2

ou puissance réelle disponible à l'arbre du moteur.

Sa grandeur exacte se détermine au moyen d'un frein (puissance au frein) entraîné par le moteur. On procède à deux mesures :

- mesure du moment $M = G \cdot l$
- mesure de la vitesse angulaire $\omega = 2\pi n$

$$P_2 = M \cdot \omega^*$$

Moment du couple-moteur

$$M = \frac{P_2}{\omega} = G \cdot l = m \cdot g \cdot l$$

| | |
|------------------------------|-------------------------------------------------------|
| P_1 [kW] | puissance absorbée sous forme de carburant |
| H_i [kJ/kg] | pouvoir calorifique du carburant (table p. 22) |
| q_m [kg/s] | débit-masse $1 \text{ g/s} = 10^{-3} \text{ kg/s}$ |
| q_v [dm ³ /s] | débit-volume |
| ρ [kg/dm ³] | masse volumique du carburant (table p. 22) |
| P_2 [W] | puissance utile |
| M [Nm] | moment du couple-moteur |
| G [N] | force de pesanteur des masses marquées |
| l [m] | longueur du bras de levier |
| ω [rad/s] | vitesse angulaire de l'arbre du moteur |
| n [tr/s] | fréquence de rotation de l'arbre du moteur |
| m [kg] | masses marquées |
| $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ | |

Puissance indiquée P_i calculée à partir de la pression moyenne p_m des gaz régnant sur le piston pendant le cycle**Moteur à 4 temps**

$$P_i = \frac{\pi d^2 \cdot p_m \cdot s \cdot n \cdot i}{4 \cdot 2 \cdot 100} \quad \text{ou bien}$$

$$P_i = \frac{V_{\text{cyl}} \cdot p_m \cdot n}{2 \cdot 100} \quad \text{ou bien}$$

$$P_i = \frac{F \cdot v_{\text{moy}} \cdot i}{4}$$

$$\text{avec } F = \frac{\pi d^2 \cdot p_m}{4}$$

Moteur à 2 temps

$$P_i = \frac{V_{\text{cyl}} \cdot p_m \cdot n}{100} = \frac{F \cdot v_{\text{moy}} \cdot i}{2}$$

| | |
|-------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------|
| P_i [W] | puissance indiquée |
| p_m [N/cm ²] | pression moyenne des gaz d'explosion $1 \text{ bar} = 10 \text{ N/cm}^2$ |
| d [cm] | diamètre des cylindres |
| s [cm] | course du piston |
| n [tr/s] | fréquence de rotation de l'arbre-moteur |
| i | nombre de cylindres |
| V_{cyl} [cm ³] | cylindrée totale (voir p. 69) |
| F [N] | force moyenne agissant sur le piston |
| v_{moy} [m/s] | vitesse moyenne du piston (voir p. 69) |

La pression moyenne p_m se situe en général entre 6 ... 15 bar.

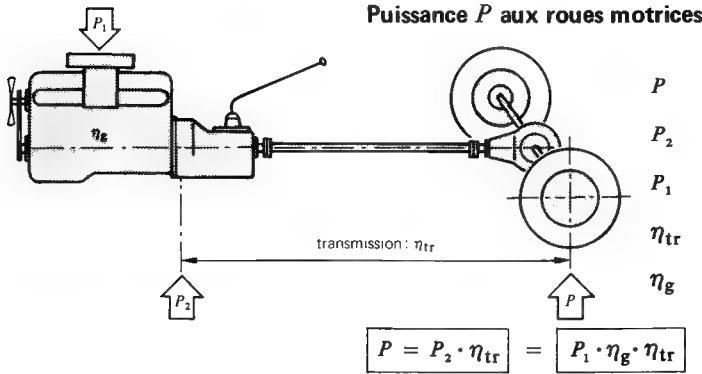
Rendement global η_g du moteur

$$\eta_g = \frac{\text{Puissance utile } P_2}{\text{Puissance absorbée } P_1}$$

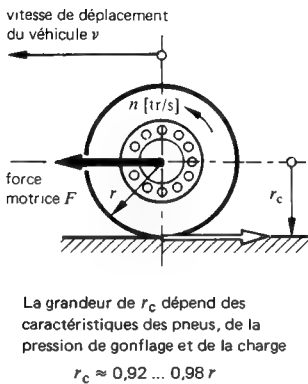
$$\eta_g = \eta_{\text{th}} \cdot \eta_{\text{méc}}$$

| | |
|------------------------|-------------------------------|
| η_g | rendement global du moteur |
| η_{th} | rendement thermique du moteur |
| $\eta_{\text{méc}}$ | rendement mécanique du moteur |
| P_1, P_2 [W] ou [kW] | |

*On peut aussi utiliser les formules pratiques de la page 58, mais attention aux unités!



| | (SI) | ou | |
|-------------|----------|----|--------------------------------------------|
| P | [W] [kW] | | Puissance disponible aux roues |
| P_2 | [W] [kW] | | Puissance disponible à l'arbre-moteur |
| P_1 | [W] [kW] | | Puissance absorbée sous forme de carburant |
| η_{tr} | | | rendement de la transmission |
| η_g | | | rendement global du moteur |



Force motrice F

Deux voies permettent de calculer la grandeur de F

1° $P = F \cdot v$

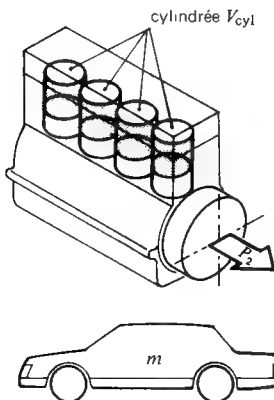
$$F = \frac{P}{v}$$

2° $P = M \cdot \omega = F \cdot r_c \cdot \omega$

$$F = \frac{P}{r_c \cdot \omega}$$

avec $\omega = 2\pi n$

| | | |
|----------|---------|--------------------------------------------------|
| F | [N] | force motrice du véhicule |
| P | [W] | puissance disponible aux roues |
| v | [m/s] | vitesse de déplacement du véhicule |
| r_c | [m] | rayon sous charge |
| r | [m] | rayon du pneumatique |
| ω | [rad/s] | vitesse angulaire de la roue |
| n | [tr/s] | fréquence de rotation de la roue |
| M | [Nm] | moment du couple-moteur mesuré à l'arbre de roue |



Puissance volumique P_v , ou puissance par litre de cylindrée

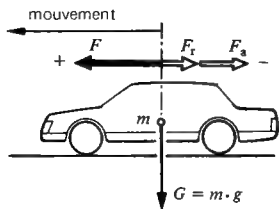
$$P_v = \frac{\text{puissance utile } P_2}{\text{cylindrée } V_{cyl}}$$

| | |
|-----------|--------------------|
| P_v | [kW/dm³] ou [kW/l] |
| P_2 | [kW] |
| V_{cyl} | [dm³] voir page 69 |

Rapport masse/puissance

$$\text{Rapport [kg/kW]} = \frac{\text{masse } m \text{ [kg] du véhicule}}{\text{puissance utile } P_2 \text{ [kW]}}$$

Ce rapport permet de comparer le pouvoir d'accélération des véhicules.

Résistances à l'avancement d'un véhicule roulant à vitesse constante : $v = \text{constante}$ **a) Véhicule roulant sur un plan horizontal**La force motrice F doit vaincre deux forces résistantes :

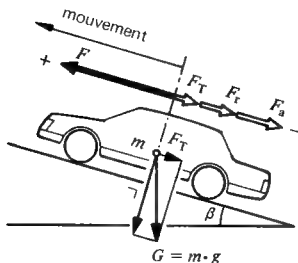
- 1° La résistance au roulement F_r
- 2° La résistance de l'air F_a

$$F = F_r + F_a$$

Vitesse maximale d'un véhicule

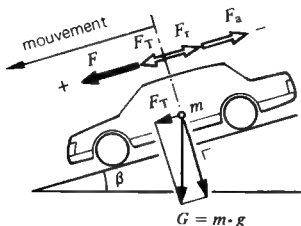
$$v_{\max} = \frac{P_{\max}}{F} = \frac{P_{\max}}{F_r + F_a}$$

v_{\max} [m/s] vitesse maximale
 P_{\max} [W] puissance max
 aux roues
 $F_r F_a F_T$ [N]

**b) Véhicule roulant à la montée**La force motrice F doit vaincre trois forces résistantes :

- 1° La résistance au roulement F_r
- 2° La résistance de l'air F_a
- 3° La résistance de la pente F_T (composante tangentielle de G)

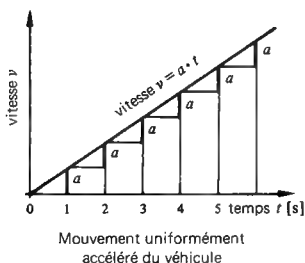
$$F = F_r + F_a + F_T$$

**c) Véhicule roulant à la descente** : la composante tangentielle F_T vient s'ajouter à la force motrice F pour vaincre

- 1° La résistance au roulement F_r
- 2° La résistance de l'air F_a

$$F + F_T = F_r + F_a$$

Remarque : Dans cette formule, F devient négatif ($-F$) lorsque le véhicule se déplace au frein-moteur.

Véhicule soumis à une accélérationLe véhicule subit une accélération lorsque la force motrice F est plus grande que la somme des forces de résistance.

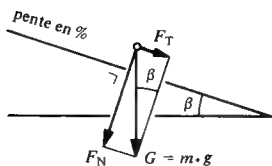
Force accélérante = force motrice - forces de résistance

$$F_1 = F - F_r - F_a - F_T$$

En première approximation, la vitesse du véhicule augmente régulièrement d'une quantité égale à l'accélération a (voir p. 53).

$$a = \frac{F_1}{m}$$

a [m/s²] accélération
 m [kg] masse totale
 du véhicule
 $F F_r F_a F_T$ [N]
 F_1 [N] force accélérante



Résistance de la pente F_T

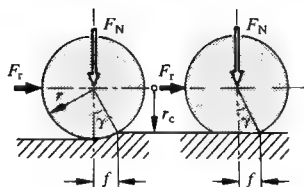
$$F_T = G \cdot \sin \beta = m \cdot g \cdot \sin \beta$$

$$\tan \beta = \frac{\text{pente en \%}}{100} \Rightarrow \text{angle } \beta$$

Pour les faibles pentes:
 $\sin \beta \approx \tan \beta$. Ainsi:

$$F_T \approx G \frac{\text{pente en \%}}{100} \approx m \cdot g \frac{\text{pente en \%}}{100}$$

F_T [N] résistance de la pente
 G [N] force de pesanteur du véhicule
 m [kg] masse du véhicule
 g [m/s^2] accélération de la pesanteur
 β [$^\circ$] angle de la pente, du plan incliné



Résistance au roulement F_r des pneus

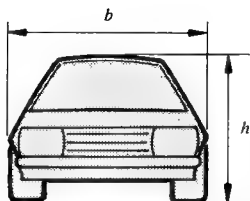
On a l'équilibre

$$F_r \cdot r_c = F_N \cdot f$$

$$F_r = F_N \frac{f}{r_c} = F_N \cdot \mu'$$

$$\text{avec } \mu' = \tan \gamma = \frac{f}{r_c}$$

F_r [N] résistance au roulement
 F_N [N] charge, normale au plan
 r_c [mm] rayon sous charge du pneu
 f [mm] bras de levier de la résistance au roulement (voir tables p. 21)
 μ' coefficient de résistance au roulement (voir tables p. 21)



Aire A du maître-couple

Résistance de l'air F_a

$$F_a = \frac{1}{2} \cdot C_x \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$$

$$\text{avec } A \approx 0,9h \cdot b$$

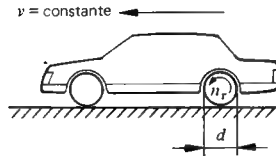
F_a [N] résistance de l'air
 ρ [kg/m^3] masse volumique de l'air
 $\rho = 1,161 \text{ kg/m}^3$ à 15°C et 720 mmHg (voir d'autres valeurs p. 22)
 A [m^2] aire de la section maximale du corps mobile, projection du corps sur un plan \perp aux filets d'air (maître-couple)
 v [m/s] vitesse relative air-corps
 C_x coefficient de traînée (voir table p. 23)

Remarque 1 : F_a est négligeable en-dessous de 20 km/h.

Remarque 2 : ρ air, varie avec la pression, la température et l'humidité.

Remarque 3 : C_x dépend de la forme et de la rugosité du corps mobile.

Notes

Vitesse de déplacement du véhicule (mouvement uniforme = vitesse constante)


Conversion des unités :

$$1 \text{ m/s} = \frac{3600}{1000} \text{ km/h} = 3,6 \text{ km/h}$$

$$1 \text{ km/h} = \frac{1000}{3600} \text{ m/s} = \frac{1}{3,6} \text{ m/s}$$

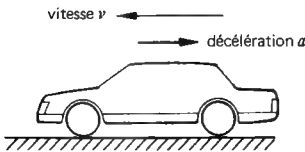
$$v = \pi \cdot d \cdot n_r$$

ou bien

$$v = \frac{\pi \cdot d \cdot n_m}{i_1 \cdot i_2}$$

$$\text{avec } n_r = \frac{n_m}{i_1 \cdot i_2}$$

| | |
|--------------|-------------------------------------------------------------------------|
| v [m/s] | vitesse du véhicule |
| d [m] | diamètre moyen des roues motrices |
| n_r [tr/s] | fréquence de rotation des roues motrices |
| n_m [tr/s] | fréquence de rotation du moteur |
| i_1 | rapport de transmission de la vitesses engagée |
| i_2 | rapport de transmission du pont arrière ou du couple réducteur (p. 109) |

Distance de freinage s


$$s = \frac{v^2}{2a}$$

| | |
|-------------------------|---------------------------|
| s [m] | distance de freinage |
| v [m/s] | vitesse avant le freinage |
| a [m/s ²] | décélération du véhicule |

voir également page 53

Valeurs pratiques de la décélération subie par un véhicule

| | |
|------------------------------------------|-------------------------------|
| – freinage modéré | $a = 1 \dots 2 \text{ m/s}^2$ |
| – freinage d'urgence | $a = 5 \dots 6 \text{ m/s}^2$ |
| – conditions exceptionnelles de freinage | $a = 8 \dots 9 \text{ m/s}^2$ |

La loi sur la circulation routière prescrit les décélérations minimales suivantes :

| | | |
|--------------------------|--------------------|-------------------------|
| – automobiles légères : | freins de service | $a = 5 \text{ m/s}^2$ |
| | freins auxiliaires | $a = 2,5 \text{ m/s}^2$ |
| – motos : | 2 freins ensembles | $a = 4,5 \text{ m/s}^2$ |
| – cycles, cyclomoteurs : | 2 freins ensemble | $a = 3 \text{ m/s}^2$ |
| | 1 frein | $a = 2 \text{ m/s}^2$ |

Freinage à la limite de l'adhérence : les roues tournent \Rightarrow prendre μ_0 page 21

On néglige la résistance de l'air et la résistance au roulement

Décélération maximale

$$a = \frac{F_2}{m} = g \cdot \mu_0$$

| | |
|-------------------------|-------------------------------------------------|
| F_2 [N] | force de freinage maximale ou force décélérante |
| m [kg] | masse du véhicule |
| g [m/s ²] | accélération de la pesanteur |

Distance minimale de freinage

$$s = \frac{v^2}{2 \cdot g \cdot \mu_0}$$

| | |
|-------------|--------------------------------|
| sur Terre : | $g \approx 9,81 \text{ m/s}^2$ |
| μ_0 | coefficient d'adhérence |
| v [m/s] | vitesse avant le freinage |
| t [s] | temps ou durée du freina |

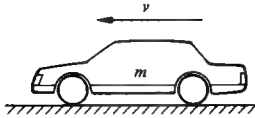
Temps minimal de freinage

$$t = \frac{v}{g \cdot \mu_0}$$

Freinage avec les 4 roues bloquées : les pneus glissent sur la chaussée.

Dans ce cas, utiliser les trois équations ci-dessus en remplaçant le coefficient d'adhérence μ_0 par le coefficient de glissement μ (voir tables p. 21)

Energie cinétique W_c emmagasinée dans un véhicule lancé à la vitesse v

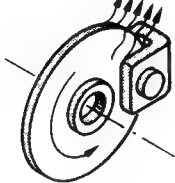


$$W_c = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

| | | |
|-------|-------|------------------------------|
| W_c | [J] | énergie cinétique |
| m | [kg] | masse du véhicule |
| v | [m/s] | vitesse initiale du véhicule |

Force de freinage ou force décélérante F_2

transformation de l'énergie en chaleur



frein à disque

Pour arrêter ou ralentir un véhicule, il faut absorber tout ou partie de son énergie cinétique W_c en la transformant en frottement, c'est-à-dire en chaleur dans les freins

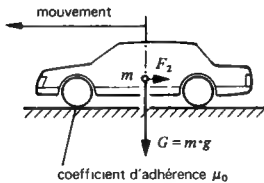
$$W_c = F_2 \cdot s$$

$$F_2 = \frac{m \cdot v^2}{2 \cdot s}$$

(on néglige la résistance de l'air et la résistance de roulement)

| | | |
|-------|-------|----------------------------------------|
| F_2 | [N] | force de freinage ou force décélérante |
| m | [kg] | masse du véhicule |
| v | [m/s] | vitesse avant le freinage |
| s | [m] | distance de freinage |

Force de freinage maximale $F_{2 \max}$

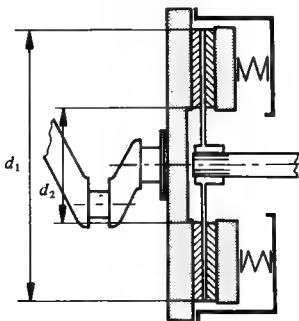


La force de freinage ne peut pas dépasser la force d'adhérence des roues. On a donc :

$$F_{2 \max} = m \cdot g \cdot \mu_0$$

| | | |
|--------------------------|------|---------------------------------------|
| $F_{2 \max}$ | [N] | |
| m | [kg] | |
| $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ | | sur Terre |
| μ_0 | | coefficient d'adhérence (table p. 21) |

Embrayage : Capacité de transmission



Moment M du couple transmis

$$M = \mu_0 \cdot F \cdot \frac{d_m}{2} \cdot z$$

$$\text{avec } d_m = \frac{d_1 + d_2}{2}$$

Effort de pression F sur le disque d'embrayage

$$F = \frac{2M}{\mu_0 \cdot d_m \cdot z}$$

| | | |
|-------------------------------|------|----------------------------------------------------------------|
| M | [Nm] | |
| F | [N] | |
| d_m | [m] | diamètre moyen des garnitures du disque d'embrayage |
| z | | nombre de surfaces de friction : pour un disque unique $z = 2$ |
| μ_0 | | coefficient d'adhérence |
| $\mu_0 \approx 0,2 \dots 0,4$ | | pour embrayage monodisque sec, |
| $\mu_0 \approx 0,1$ | | pour embrayage multidisques à bain d'huile |

Notes

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Algèbre de Boole

$$\overline{0} = 1$$

$$\overline{1} = 0$$

$$\overline{\overline{A}} = A$$

$$A + 0 = A$$

$$A + 1 = 1$$

$$A + A = A$$

$$A + \overline{A} = 1$$

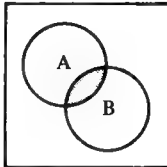
$$A \cdot 0 = 0$$

$$A \cdot 1 = A$$

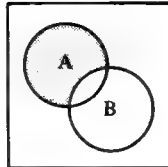
$$A \cdot A = A$$

$$A \cdot \overline{A} = 0$$

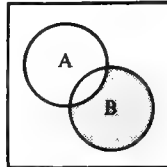
Intersection (fonction ET)



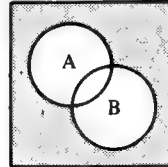
$$A \cdot B$$



$$A \cdot \overline{B}$$

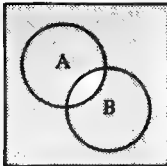


$$\overline{A} \cdot B$$

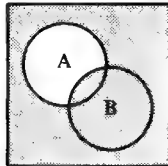


$$\overline{A} \cdot \overline{B}$$

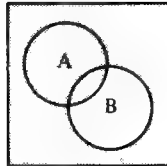
Union (fonction OU)



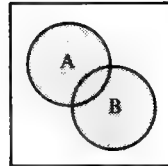
$$\overline{A} + B$$



$$A + \overline{B}$$



$$A + B$$



$$\overline{A} + \overline{B}$$

Théorème "de Morgan"

$$\overline{A + B + C + \dots + N} = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} \cdot \dots \cdot \overline{N}$$

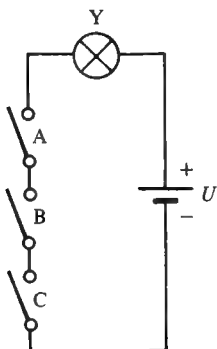
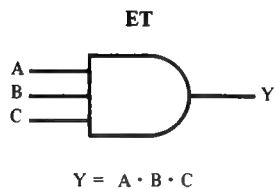
$$\overline{A \cdot B \cdot C \cdot \dots \cdot N} = \overline{A} + \overline{B} + \overline{C} + \dots + \overline{N}$$

$$A \cdot B = \overline{\overline{A} + \overline{B}} \quad \text{ou} \quad \overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$$

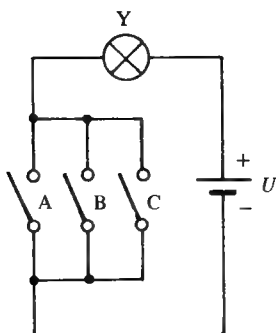
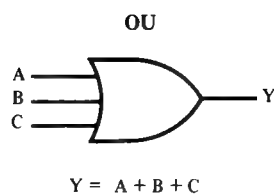
$$A \cdot \overline{B} = \overline{\overline{A} + B} \quad \text{ou} \quad \overline{A \cdot \overline{B}} = \overline{A} + B$$

$$\overline{A} \cdot B = \overline{A + \overline{B}} \quad \text{ou} \quad \overline{\overline{A} \cdot B} = A + \overline{B}$$

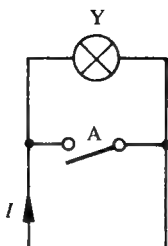
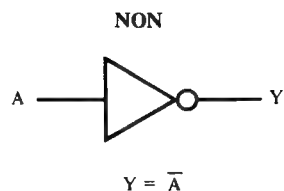
$$\overline{\overline{A} \cdot \overline{B}} = A + B \quad \text{ou} \quad \overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$$

Fonction logique**Circuit équivalent****Table de vérité**

| A | B | C | Y |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |



| A | B | C | Y |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |

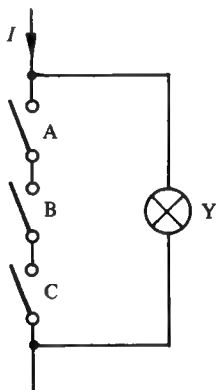
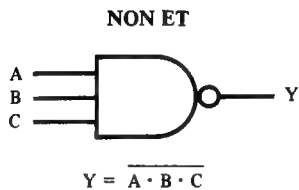


| A | Y |
|---|---|
| 0 | 1 |
| 1 | 0 |

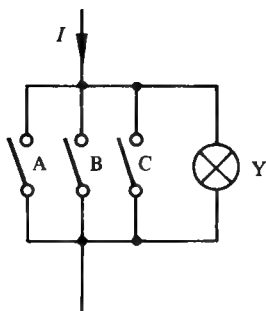
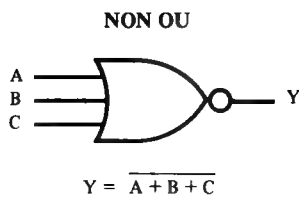
Fonction logique

Circuit équivalent

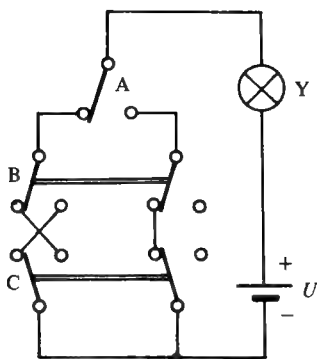
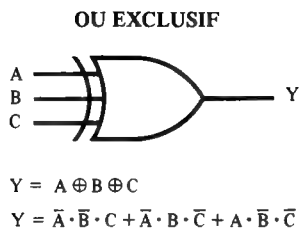
Table de vérité



| A | B | C | Y |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 |


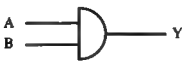


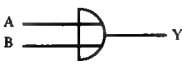
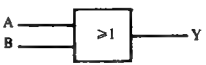
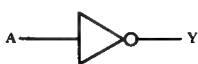
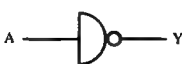

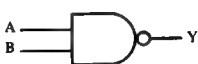




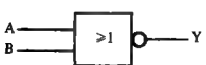


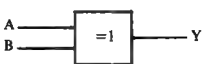


| A | B | C | Y |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 |



| A | B | C | Y |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 |

Symboles normalisés: MIL, DIN, CEI

| Circuits logiques | MIL | DIN | CEI | Fonctions logiques |
|-------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|----------------------------|
| ET |  |  |  | $Y = A \cdot B$ |
| OU |  |  |  | $Y = A + B$ |
| NON |  |  |  | $Y = \bar{A}$ |
| NON ET |  |  |  | $Y = \overline{A \cdot B}$ |
| NON OU |  |  |  | $Y = \overline{A + B}$ |
| OU EXCLUSIF |  |  |  | $Y = A \oplus B$ |

Loi de la commutativité

$$A B C = B C A = C A B = B A C = A C B$$

$$A + B + C = B + A + C$$

Loi de l'associativité

$$A B C = A (B C) = B (A C) = C (A B)$$

$$A + B + C = A + (B + C) = B + (A + C) = C + (A + B)$$

Loi de la distributivité

$$A (B + C) = AB + AC$$

$$(A + B) (A + C) = A + BC$$

Loi de l'absorption

$$A + AB = A$$

$$A (\bar{A} + B) = AB$$

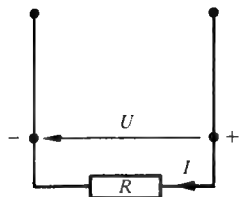
$$A + \bar{A}B = A + B$$

Loi d'Ohm

Récepteur purement ohmique

Fer à repasser, radiateur, chauffe-eau,
lampe à incandescence, conducteur, etc.

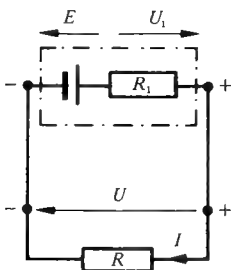
Récepteur seul



$$U = R \cdot I$$

$$I = \frac{U}{R}$$

Circuit complet



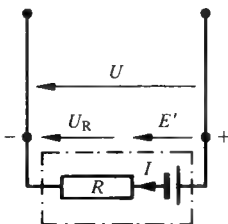
$$E = U + U_i$$

$$I = \frac{E}{R + R_i}$$

Récepteur à force contre-électromotrice

Moteur, batterie d'accumulateurs, cuve
à électrolyse, etc.

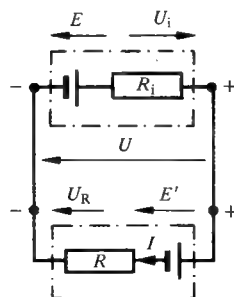
Récepteur seul



$$U = U_R + E'$$

$$I = \frac{U - E'}{R}$$

Circuit complet



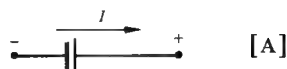
$$E = U_R + E' + U_i$$

$$I = \frac{E - E'}{R + R_i}$$

Remarques importantes :

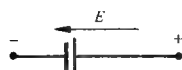
- Le sens des vecteurs indiquant une “différence de potentiel” est dirigé du + au –.
- La résistance des conducteurs est négligée.

I intensité du courant dans le circuit,
orientée selon le sens conventionnel



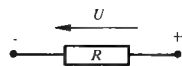
[A]

E force électromotrice du générateur



[V]

$R \cdot I = U$ tension aux bornes du récepteur



[V]

$R_i \cdot I = U_i$ chute de tension dans le générateur

[V]

E' force contre-électromotrice du récepteur

[V]

$R \cdot I = U_R$ chute de tension ohmique dans
le récepteur à FCEM

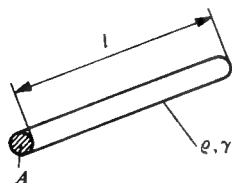
[V]

R résistance du récepteur

[Ω]

R_i résistance interne du générateur

[Ω]



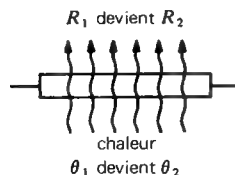
Résistance d'un conducteur

$$R = \frac{\rho \cdot l}{A} \quad \text{ou} \quad R = \frac{l}{\gamma \cdot A}$$

Conductivité $\gamma = \frac{1}{\rho} \Rightarrow \rho \cdot \gamma = 1$

Valeurs de ρ et γ , voir page 24

| | | |
|----------|--------------|----------------------------------------------|
| R | résistance | $[\Omega]$ |
| l | longueur | $[m]$ |
| A | section | $[mm^2]$ |
| ρ | résistivité | $\left[\frac{\Omega \cdot mm^2}{m} \right]$ |
| γ | conductivité | $\left[\frac{m}{\Omega \cdot mm^2} \right]$ |



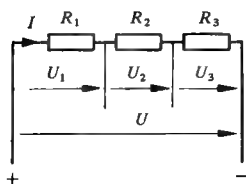
Influence de la chaleur sur la résistance d'un conducteur

$$\Delta R = R_1 \cdot \alpha \cdot \Delta \theta$$

$$R_2 = R_1 (1 + \alpha \cdot \Delta \theta)$$

$$\Delta \theta = \theta_2 - \theta_1 \quad \Delta R = R_2 - R_1$$

| | | |
|-----------------|----------------------------------------|---------------------------------------|
| ΔR | différence de résistance | $[\Omega]$ |
| R_2 | résist. à la temp. cherchée | $[\Omega]$ |
| R_1 | résistance à 20° C | $[\Omega]$ |
| α | coefficient de température, voir p. 24 | $\left[\frac{1}{\text{deg}} \right]$ |
| $\Delta \theta$ | différence de tempér. | $[\text{deg}]$ |



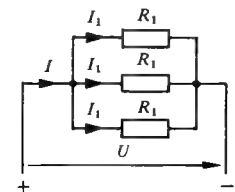
Couplage de résistances en série

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n$$

$$U = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n$$

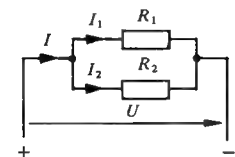
I a la même valeur dans toutes les résistances

| | | |
|------------------------|--------------------------------------------------|------------|
| R | résistance équivalente | $[\Omega]$ |
| I | courant dans le circuit | $[A]$ |
| R_1, R_2, \dots, R_n | résistances individuelles | $[\Omega]$ |
| U_1, U_2, \dots, U_n | tension aux bornes des résistances individuelles | $[V]$ |
| U | tension totale | $[V]$ |

Couplage de résistances en parallèle
Résistances de même valeur

$$R = \frac{R_1}{n} \quad I = I_1 \cdot n$$

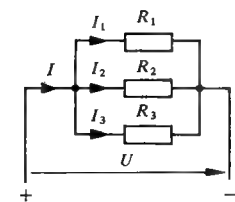
| | | |
|----------------------|--------------------------------------------|------------|
| R | résistance équivalente | $[\Omega]$ |
| n | nombre de résistances | |
| R_1, R_2, R_3, R_n | résistances individuelles | $[\Omega]$ |
| I_1, I_2, I_3, I_n | courant dans les résistances individuelles | $[A]$ |
| I | courant total | $[A]$ |
| U | tension aux bornes des résistances | $[V]$ |



Deux résistances de valeurs différentes

$$R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \quad R_1 = \frac{R_2 \cdot R}{R_2 - R} \quad \left| \quad \frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1} \right.$$

$$I = I_1 + I_2$$

La tension U est la même aux bornes de toutes les résistances

Plus de deux résistances de valeurs différentes

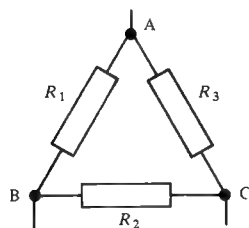
$$R = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}}$$

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n$$

 G conductance en siemens $[S]$

$$G_1 = \frac{1}{R_1} \Leftrightarrow R_1 = \frac{1}{G_1}$$

$$R = \frac{1}{G_1 + G_2 + \dots + G_n}$$



Transformation d'un circuit triangle en étoile

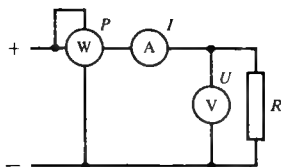
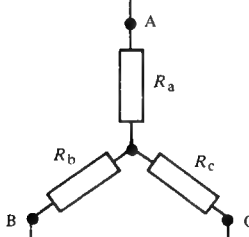
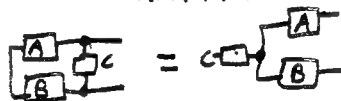
La résistance est équivalente dans les deux circuits si :

$$R_a = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$R_b = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$R_c = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

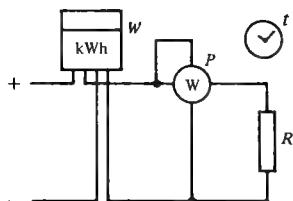
$$R_A = \frac{R_B \cdot R_C}{R_A + R_B + R_C}$$



Puissance

$$P = U \cdot I = R \cdot I^2 = \frac{U^2}{R}$$

| | | |
|-----|------------|-----|
| P | puissance | [W] |
| U | tension | [V] |
| I | courant | [A] |
| R | résistance | [Ω] |

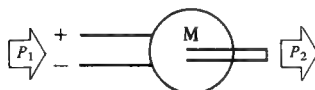


Travail ou énergie

$$W = P \cdot t$$

$$1 \text{ kWh} \hat{=} 3\,600\,000 \text{ J}$$

| | | |
|-----|---------------|-------|
| | (SI) | ou |
| W | énergie [J] | [kWh] |
| P | puissance [W] | [kW] |
| t | temps [s] | [h] |

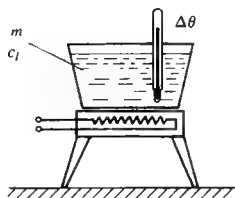


Rendement

$$\eta = \frac{P_2}{P_1}$$

$$\text{Pertes} = P_1 - P_2$$

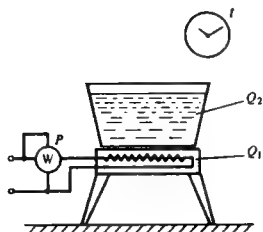
| | | |
|--------|--------------------|-----|
| η | rendement | |
| P_1 | puissance absorbée | [W] |
| P_2 | puissance utile | [W] |

**Quantité de chaleur**

$$\Delta Q = m \cdot c_l \cdot \Delta \theta$$

| | |
|------------------------------------------------|------------------------------------------------------------|
| ΔQ quantité de chaleur | [J] |
| m masse liquide | [kg] |
| c_l chaleur massique liquide (voir p. 19) | $\left[\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right]$ |
| $\Delta \theta$ différence de tempér. | [K] |

"Changement d'état d'un corps", voir p. 61

**Loi de Joule**

$$Q_2 = P \cdot t \cdot \eta$$

$$\eta = \frac{Q_2}{Q_1}$$

$$Q_1 = P \cdot t$$

| | |
|--------------------------------------------------------------|-----|
| Q_2 quantité de chaleur utile | [J] |
| P puissance du corps de chauffe constante | [W] |
| t temps | [s] |
| η rendement | |
| Q_1 quantité de chaleur fournie par le corps de chauffe | [J] |

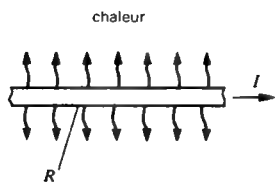
$1 \text{ J} \hat{=} 0,24 \times 10^{-3} \text{ kcal}$
 $1 \text{ kWh} \hat{=} 860 \text{ kcal} \hat{=} 3,6 \times 10^6 \text{ J}$
 $1 \text{ kcal} \hat{=} 4190 \text{ J}$

Equation générale entre énergies électrique et calorifique

$$P \cdot t \cdot \eta = Q_2$$

$$Q_2 = P \cdot t \cdot \eta = \frac{U^2}{R} \cdot t \cdot \eta = R \cdot I^2 \cdot t \cdot \eta = m \cdot c_l \cdot \Delta \theta$$

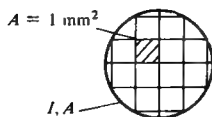
| | |
|-----------------------------------------------|-----|
| R résistance du corps de chauffe | [Ω] |
| I courant dans le corps de chauffe | [A] |
| U tension aux bornes du corps de chauffe | [V] |

**Pertes dans les conducteurs**

$$W = R \cdot I^2 \cdot t$$

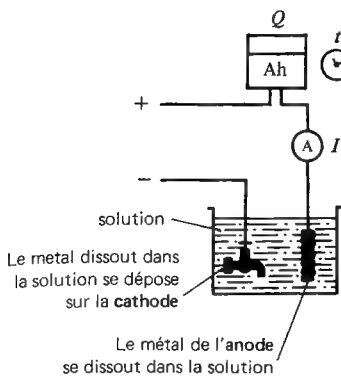
avec R et I constants

| | | | |
|-----------------------------------|-----|----|------|
| W énergie perdue | [J] | ou | [Wh] |
| R résistance du conducteur | [Ω] | | [Ω] |
| I courant dans le conducteur | [A] | | [A] |
| t temps | [s] | | [h] |

**Densité de courant**

$$J = \frac{I}{A}$$

| | |
|------------------------|-----------------------------------------------|
| J densité de courant | $\left[\frac{\text{A}}{\text{mm}^2} \right]$ |
| I courant | [A] |
| A section | [mm ²] |



Quantité d'électricité

$$Q = I \cdot t$$

$$1 \text{ Ah} \hat{=} 3600 \text{ As} = 3600 \text{ C}$$

| | | |
|----------------------------|------|------|
| | (SI) | ou |
| Q quantité d'électricité | [C] | [Ah] |
| I courant | [A] | [A] |
| t temps | [s] | [h] |

Masse d'un élément libéré par électrolyse

$$m = c \cdot Q$$

| | | |
|----------|---------------------------------------------|--------|
| <i>m</i> | masse libérée | [mg] |
| <i>Q</i> | quantité d'électricité | [C] |
| <i>c</i> | équivalent électrochimique (table p. 20) | [mg/C] |

Rendement d'un accumulateur

a) Rendement en quantité

$$\eta_{Ah} = \frac{Q_2}{Q_1}$$

| | |
|-------------------------------------------------------------|--------------------|
| Q_1 quantité d'électricité fournie durant la charge | (S) ou [C] [Ah] |
|-------------------------------------------------------------|--------------------|

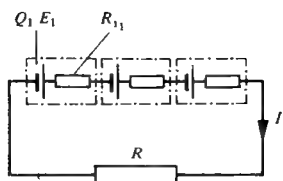
| | | |
|-----------------------------------------------------------|-----|------|
| Q_2 quantité d'électricité restituée durant la décharge | [C] | [Ah] |
|-----------------------------------------------------------|-----|------|

b) Rendement en énergie

$$\eta_{wh} = \frac{W_2}{W_1}$$

| | | |
|-----------------------------------------------|-----|------|
| W_1 énergie fournie durant la charge | [J] | [Wh] |
| W_2 énergie restituée durant la décharge | [J] | [Wh] |
| temps de charge : 10 h | | |

Notes

**Couplage en série d'éléments identiques**

Courant dans le circuit

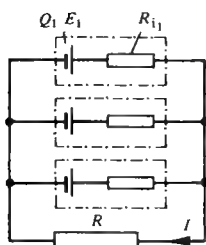
$$I = \frac{E_1 \cdot n}{R + R_{i1} \cdot n}$$

FEM résultante $E = E_1 \cdot n$ Capacité résultante $Q = Q_1$

Résistance interne résultante

$$R_i = R_{i1} \cdot n$$

| | | |
|----------|---------------------------------|------|
| I | courant | [A] |
| n | nombre d'éléments | |
| R | résistance du récepteur | [Ω] |
| R_{i1} | résistance interne d'un élément | [Ω] |
| R_i | résistance interne résultante | [Ω] |
| E_1 | FEM d'un élément | [V] |
| E | FEM résultante | [V] |
| Q_1 | capacité d'un élément | [Ah] |
| Q | capacité résultante | [Ah] |

**Couplage en parallèle d'éléments identiques**

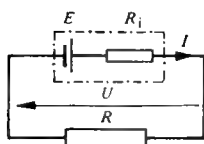
Courant dans le circuit

$$I = \frac{E_1}{R + \frac{R_{i1}}{n}}$$

FEM résultante $E = E_1$ Capacité résultante $Q = Q_1 \cdot n$

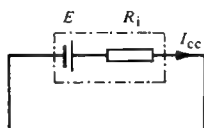
Résistance interne résultante

$$R_i = \frac{R_{i1}}{n}$$

**Tension aux bornes d'une source de tension**

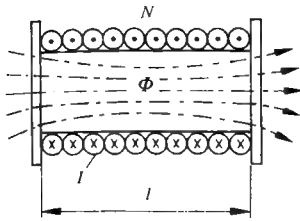
$$U = E - R_i \cdot I$$

| | | |
|-------|--------------------|-----|
| U | tension | [V] |
| E | FEM | [V] |
| R_i | résistance interne | [Ω] |
| I | courant | [A] |

**Courant de court-circuit d'une source de tension**

$$I_{cc} = \frac{E}{R_i}$$

| | | |
|----------|--------------------------|-----|
| I_{cc} | courant de court-circuit | [A] |
| E | FEM | [V] |
| R_i | résistance interne | [Ω] |



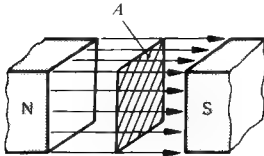
Excitation totale
(Solénation)

$$\Theta = N \cdot I$$

$$H = \frac{\Theta}{l}$$

$$|H \cdot l = N \cdot I| \Rightarrow \frac{H}{I} = \frac{N}{l}$$

Θ excitation totale [A]
 N nombre de spires
 I courant [A]
 H intensité de champ magnétique $\left[\frac{A}{m}\right]$
 l longueur de la bobine [m]

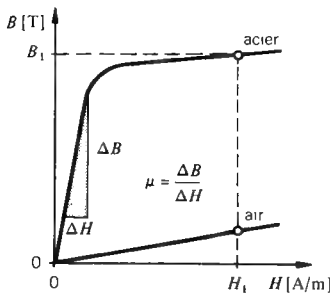


Induction magnétique

$$B = \frac{\Phi}{A}$$

B induction magnétique [T]
 Φ flux magnétique [Wb]
 A surface perpendiculaire au flux [m²]

$$1 \text{ T} = \frac{1 \text{ Wb}}{\text{m}^2} = 1 \frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{m}^2}$$



Courbe d'alimentation

Induction magnétique
à l'intérieur d'une bobine

Equation générale

$$B = \mu \cdot H$$

$$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$$

a) Sans noyau

$$\mu_r = 1$$

$$B_0 = \mu_0 \cdot H$$

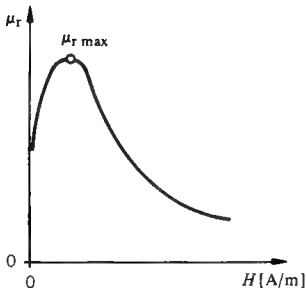
b) Avec noyau magnétique

$$B = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H$$

Quelques valeurs maximales de μ_r

| | |
|---------|---------|
| Fe - Si | 20 000 |
| Fe - Ni | 30 000 |
| Ferrite | 40 000 |
| Mumétal | 100 000 |

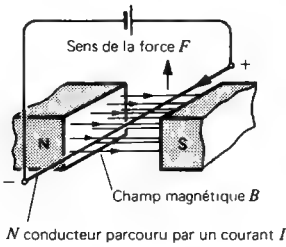
B induction magnétique [T]
 H intensité du champ magnétique $\left[\frac{A}{m}\right]$
 μ perméabilité absolue $\left[\frac{\text{Tm}}{A}\right] = \left[\frac{N}{A^2}\right]$
 μ_0 perméabilité du vide $\left[\frac{\text{Tm}}{A}\right] = \left[\frac{N}{A^2}\right]$
 $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \approx \frac{1}{800\,000} \text{ Tm/A}$
 μ_r perméabilité relative, varie avec la grandeur de B [sans unité]



Courbe de la perméabilité relative

$$1 \text{ T} \triangleq 10^4 \text{ G}$$

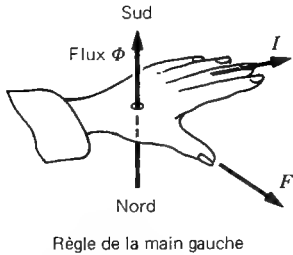
$$1 \text{ Wb} \triangleq 10^8 \text{ Mx}$$



Force produite par le passage d'un courant dans un conducteur

$$F = B \cdot I \cdot l \cdot N$$

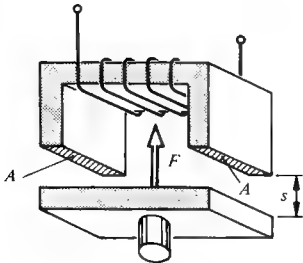
| | | |
|-----|------------------------------------|-----|
| F | force | [N] |
| B | induction magnétique | [T] |
| I | courant | [A] |
| l | longueur active du conducteur | [m] |
| N | nombre de conducteurs en parallèle | |



Sens de la force :

Le pouce indique la direction de la force lorsque la main gauche est placée de telle manière que les autres doigts montrent le sens du courant et que les lignes de force entrent dans la paume de la main

Règle de la main gauche



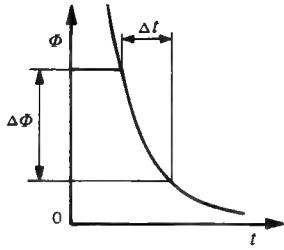
Force d'attraction magnétique

Lorsque $s = 0$, on a :

$$F = \frac{A \cdot B^2}{2 \cdot \mu_0}$$

| | | |
|---------|--------------------------------------------------------|--------------------------|
| F | force d'attraction | [N] |
| B | induction magnétique | [T] |
| A | aire totale en contact | [m ²] |
| μ_0 | $4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \approx \frac{1}{800\,000}$ | Tm/A ou N/A ² |

Notes



FEM induite dans une bobine soumise à une variation de flux

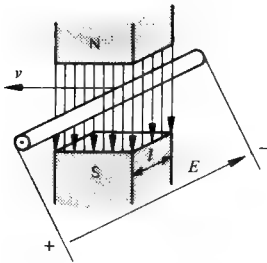
$$E = \frac{\Delta \Phi \cdot N}{\Delta t}$$

Quantité d'électricité induite

$$Q = \frac{\Delta \Phi \cdot N}{R}$$

| | | |
|---------------|---------------------------------------|------|
| E | FEM induite | [V] |
| $\Delta \Phi$ | Différence de flux magnétique | [Wb] |
| N | nombre de spires de la bobine induite | |
| Δt | durée de la variation de flux | [s] |

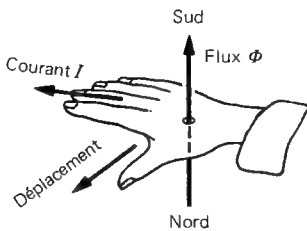
| | | |
|-----|---------------------------------|-----|
| Q | quantité d'électricité | [C] |
| R | résistance ohmique de la bobine | [Ω] |



FEM induite par le mouvement

$$E = B \cdot l \cdot v \cdot N$$

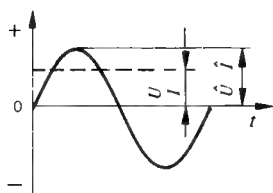
| | | |
|-----|--------------------------------------|-------|
| E | FEM induite | [V] |
| B | induction magnétique | [T] |
| l | longueur active du conducteur | [m] |
| v | vitesse de déplacement du conducteur | [m/s] |
| N | nombre de conducteurs | |



Règle de la main droite

Sens du courant induit :

Le sens du courant induit est indiqué par les doigts de la main droite lorsque le pouce est dirigé dans le sens du déplacement de l'induit, et que les lignes de force entrent dans la paume de la main

**Valeurs efficace et de crête**

$$U = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}}$$

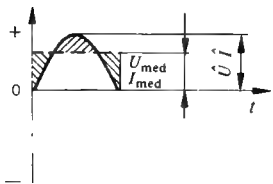
$$I = \frac{\hat{I}}{\sqrt{2}}$$

$$U = 0,707 \hat{U} \quad I = 0,707 \hat{I}$$

Le facteur $\sqrt{2}$ n'est valable que pour un courant de forme sinusoïdale.

U, I valeurs efficaces de la tension et du courant [V] [A]

\hat{U}, \hat{I} valeurs de crête de la tension et du courant [V] [A]

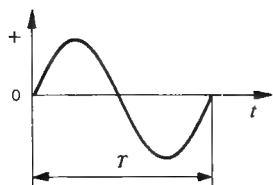
**Valeurs moyennes arithmétique de crête pour une alternance**

$$U_{\text{med}} = 0,637 \cdot \hat{U}$$

$$I_{\text{med}} = 0,637 \cdot \hat{I}$$

U_{med} valeurs moyennes arithmétique de la tension et du courant [V] [A]

$$\frac{2}{\pi} = 0,637$$

**Fréquence et période**

$$f = \frac{1}{T}$$

$$T = \frac{1}{f}$$

$$f \cdot T = 1$$

f fréquence [Hz] ou $\left[\frac{1}{s}\right]$

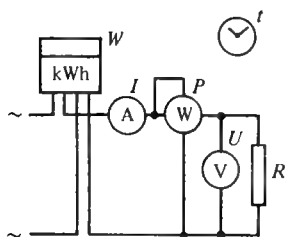
T période [s]

**Vitesse angulaire**

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$$

ω vitesse angulaire ou pulsation $\left[\frac{1}{s}\right]$ ou $\left[\frac{\text{rad}}{s}\right]$

f fréquence [Hz]

**Résistance pure alimentée en alternatif**

$$R = \frac{U}{I}$$

$$P = R \cdot I^2 = \frac{U^2}{R} = U \cdot I$$

$$W = P \cdot t$$

R résistance pure

U tension

I courant

P puissance

W énergie

t temps

(SI) ou

[Ω] [Ω]

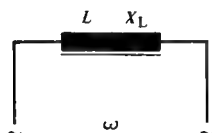
[V] [V]

[A] [A]

[W] [W]

[J] [Wh]

[s] [h]

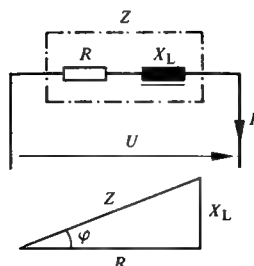
**Réactance d'induction**

$$X_L = \omega \cdot L$$

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$$

 X_L réactance d'induction $[\Omega]$
 ω vitesse angulaire $\left[\frac{1}{s}\right]$ ou $\left[\frac{\text{rad}}{s}\right]$
 L inductance $[H]$

$$1 H = 1 \frac{V \cdot s}{A}$$

**Impédance**

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

$$Z = \frac{U}{I} \quad \cos \varphi = \frac{R}{Z}$$

 Z impédance $[\Omega]$
 R résistance ohmique $[\Omega]$
 X_L réactance d'induction $[\Omega]$
 U tension $[V]$
 I courant $[A]$
Puissances :**Puissance active**

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi = R \cdot I^2$$

Puissance apparente

$$S = U \cdot I = Z \cdot I^2$$

Puissance réactive

$$Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi = X_L \cdot I^2$$

Facteur de puissance λ

$$\lambda = \cos \varphi = \frac{P}{S}$$

 U tension

 I courant

 P puissance active

 S puissance apparente

 Q puissance réactive

 Z impédance

 X_L réactance d'induction

 R résistance ohmique

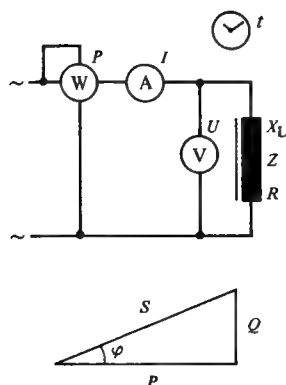
 W énergie active

 W_s énergie apparente

 W_q énergie réactive

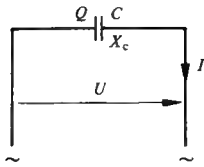
 t temps

 (SI) ou

 $[V]$
 $[A]$
 $[W]$
 $[VA]$
 $[var]$
 $[\Omega]$
 $[\Omega]$
 $[\Omega]$
 $[J]$
 $[V \cdot Ah]$
 $[vars]$
 $[h]$


Couplage en série ou en parallèle d'inductances – voir couplage de résistances.

Remarque : Les symboles S et Q ont remplacé les symboles périmés P_s et P_q


Charge d'un condensateur

$$Q = U \cdot C = I \cdot t$$

Réactance de capacité

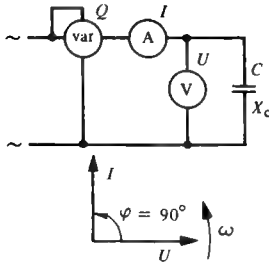
$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C}$$

| | | |
|--------------------------------|--------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| Q | charge du condensateur | [C] |
| U | tension | [V] |
| C | capacité du condensateur | [F] |
| I | courant | [A] |
| $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$ | vitesse angulaire | $\left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$ ou $\left[\frac{1}{\text{s}} \right]$ |
| X_C | réactance de capacité | [Ω] |
| t | temps | [s] |

Courant d'un condensateur

$$I = U \cdot \omega \cdot C \quad I = \frac{U}{X_C}$$

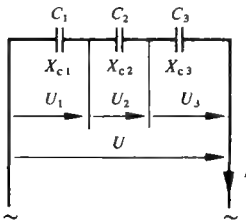
$$1 \text{ F} = 1 \frac{\text{A} \cdot \text{s}}{\text{V}}$$


Puissance réactive d'un condensateur

$$S = Q = U \cdot I = \frac{U^2}{X_C} = I^2 \cdot X_C$$

Puissance active $P = 0$
 $\cos \varphi = 0$

| | | |
|-------|-----------------------|--------------|
| Q | puissance réactive | [var] |
| U | tension | [V] |
| I | courant | [A] |
| X_C | réactance de capacité | [Ω] |

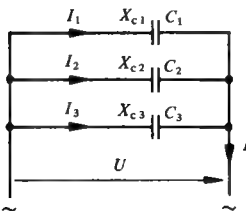

Couplage en série de condensateurs

$$C = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}}$$

$$U = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n$$

$$U_1 = X_{C1} \cdot I$$

| | | |
|--------------------------|--------------------------------------|--------------|
| C | capacité résultante | [F] |
| C_1, C_2, C_n | capacités individuelles | [F] |
| U | tension totale | [V] |
| U_1, U_2, U_n | tensions individuelles | [V] |
| X_{C1}, X_{C2}, X_{Cn} | réactances de capacité individuelles | [Ω] |
| I | courant | [A] |


Couplage en parallèle de condensateurs

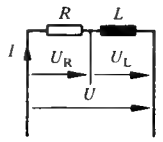
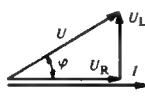
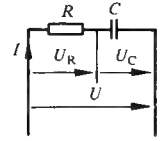
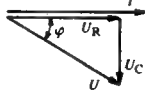
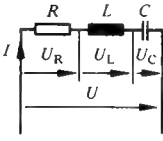
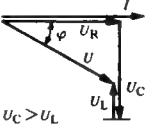
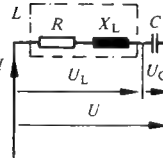
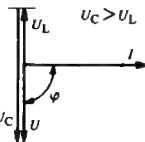
$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n$$

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_n$$

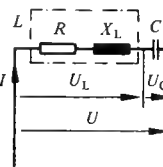
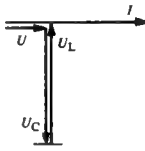
$$I_1 = \frac{U}{X_{C1}}$$

| | | |
|--------------------------|--------------------------------------|--------------|
| C | capacité résultante | [F] |
| C_1, C_2, C_n | capacités individuelles | [F] |
| X_{C1}, X_{C2}, X_{Cn} | réactances de capacité individuelles | [Ω] |
| I_1, I_2, I_n | courants individuels | [A] |
| I | courant total | [A] |
| U | tension | [V] |

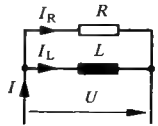
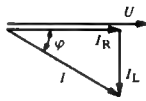
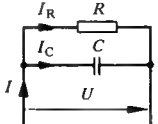

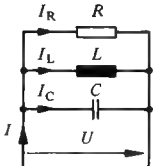
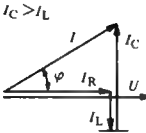
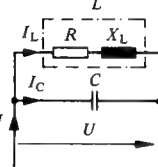
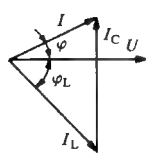
Circuits série

| Couplage | Représentation vectorielle | Formules | |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------|
| | | Cas particulier | Cas général |
|  <p>$I = \text{inductance pure } Z_L \approx X_L$</p> |  | $\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}$ $\operatorname{tg} \varphi = \frac{X_L}{R} = \frac{U_L}{U_R}$ | $Z = \frac{U}{I}$ $I = \frac{U}{Z}$ $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$ |
|  |  | $\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + X_C^2}}$ $\operatorname{tg} \varphi = \frac{X_C}{R} = \frac{U_C}{U_R}$ | $X_L = \omega \cdot L$ $X_C = \frac{1}{\omega \cdot C}$ $U_R = R \cdot I$ |
|  |  <p>$U_C > U_L$</p> | $\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2}}$ $\operatorname{tg} \varphi = \frac{X_C - X_L}{R} = \frac{U_C - U_L}{U_R}$ | $U_L = X_L \cdot I$ $U_C = X_C \cdot I$ $P = U \cdot I \cdot \cos \varphi$ $S = U \cdot I$ |
|  <p>$Z_L \approx X_L \quad \varphi_L \approx 90^\circ$</p> |  <p>$U_C > U_L$</p> | $\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{X_C - X_L} \approx 0$ $\operatorname{tg} \varphi = \frac{X_C - X_L}{R} \approx \infty$ | $Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi$ $\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{P}{S}$ |

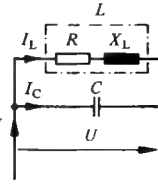
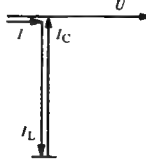
 Résonance série (cas théorique où $\varphi_L \approx 90^\circ$) $X_L = X_C$

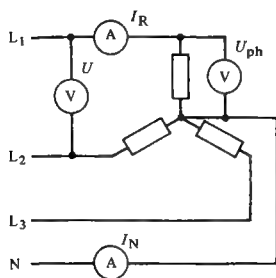
| | | |
|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  |  | $\omega^2 \cdot L \cdot C = 1 \quad f = \frac{\omega}{2 \cdot \pi} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$ $U_L = U_C \quad Z = R \quad I = \frac{U}{R} \quad P = U \cdot I = R \cdot I^2$ $\varphi = 0 \quad \cos \varphi = 1 \quad \operatorname{tg} \varphi = 0 \quad Q_L = \frac{X_L}{R} = \frac{X_C}{R}$ <p>Q_L facteur de qualité du récepteur L</p> |
|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Circuits parallèle

| Couplage | Représentation vectorielle | Formules | |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| | | Cas particulier | Cas général |
|  <p>$L = \text{inductance pure } Z_L \approx X_L$</p> |  | $I = \sqrt{I_R^2 + I_L^2}$ $\operatorname{tg} \varphi = \frac{I_L}{I_R} \quad \frac{I_L}{I_R} = \frac{R}{X_L}$ | $Z = \frac{U}{I}$ $I = \frac{U}{Z}$ $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$ $X_L = \omega \cdot L$ $X_C = \frac{1}{\omega \cdot C}$ |
|  |  | $I = \sqrt{I_R^2 + I_C^2}$ $\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 \cdot C^2 \cdot R^2}}$ $\operatorname{tg} \varphi = \frac{I_C}{I_R} = \frac{R}{X_C}$ | $I_R = \frac{U}{R}$ $I_L = \frac{U}{X_L}$ $I_C = \frac{U}{X_C}$ |
|  <p>$L = \text{inductance pure } Z_L \approx X_L$</p> |  | $Z = \frac{R \cdot \omega \cdot L}{\sqrt{\omega^2 \cdot L^2 + R^2 (1 - \omega^2 \cdot L \cdot C)^2}}$ $I = \sqrt{I_R^2 + (I_C - I_L)^2}$ $\cos \varphi = \frac{\omega \cdot L}{\sqrt{\omega^2 \cdot L^2 + R^2 (1 - \omega^2 \cdot L \cdot C)^2}}$ $\operatorname{tg} \varphi = \frac{I_C - I_L}{I_R} = \frac{R}{X}$ | $P = U \cdot I \cdot \cos \varphi$ $S = U \cdot I$ $Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi$ $\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{Z}{R}$ (Valable seulement lorsqu'une résistance ohmique R est en parallèle) |
|  |  | $Z = \frac{\sqrt{R^2 + \omega^2 \cdot L^2}}{\sqrt{\omega^2 \cdot R^2 \cdot C^2 + (1 - \omega^2 \cdot C \cdot L)^2}}$ $\cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \omega^4 \cdot L^2 \cdot C^2 \left(\frac{1}{\omega \cdot C} - \omega \cdot L - \frac{R^2}{\omega \cdot L} \right)^2}}$ | |

Résonance parallèle (cas théorique où $\varphi_L \approx 90^\circ$) $\omega L \gg R$ $X_L = X_C$

| | | |
|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  |  | $\omega^2 \cdot L \cdot C = 1 \quad f = \frac{\omega}{2 \cdot \pi} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}} \quad Q_L = \frac{X_L}{R} = \frac{X_C}{R} \gg 1$ $Z = \frac{U}{I} \approx \frac{(\omega \cdot L)^2}{R} = \frac{1}{(\omega \cdot C)^2 \cdot R} = \frac{L}{C \cdot R} = Q_L \cdot \omega \cdot L = Q_L^2 \cdot R$ $I_C = I_L \quad P = U \cdot I = R \cdot I^2 \quad \varphi = 0 \quad \cos \varphi = 1 \quad \operatorname{tg} \varphi = 0$ Q_L facteur de qualité du récepteur L. |
|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

**Couplage étoile**

$$U = U_{ph} \cdot \sqrt{3}$$

$$I = I_{ph}$$

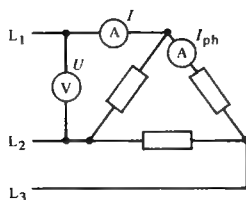
Pour une charge symétrique

$$L_1 = L_2 = L_3 \quad I_N = 0$$

Pour une charge asymétrique

$$I_N = \sqrt{I_{L_1}^2 + I_{L_2}^2 + I_{L_3}^2 - (I_{L_1} \cdot I_{L_2} + I_{L_2} \cdot I_{L_3} + I_{L_3} \cdot I_{L_1})}$$

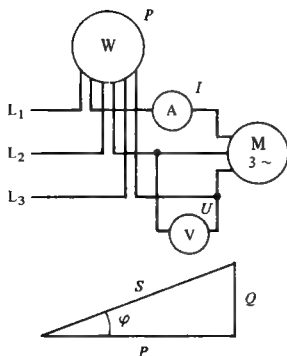
| | | |
|---------------------------|-----------------------------------------------------|-----|
| U | tension composée, entre conducteurs polaires | [V] |
| U_{ph} | tension simple, aux bornes d'un récepteur | [V] |
| $I_{L_1} I_{L_2} I_{L_3}$ | courant dans les conducteurs polaires $L_1 L_2 L_3$ | [A] |
| I_N | courant dans le conducteur neutre | [A] |

**Couplage triangle charge symétrique**

$$I = I_{ph} \cdot \sqrt{3}$$

$$U = U_{ph}$$

| | | |
|----------|------------------------------------|-----|
| I | courant dans un conducteur polaire | [A] |
| I_{ph} | courant dans une phase | [A] |
| U | tension du réseau | [V] |
| U_{ph} | tension aux bornes d'un récepteur | [V] |

**Puissances pour une charge symétrique**

Puissance active

$$P = U \cdot I \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi$$

Puissance apparente

$$S = U \cdot I \cdot \sqrt{3}$$

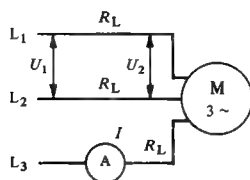
Puissance réactive

$$Q = U \cdot I \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \varphi \quad \cos \varphi = \frac{P}{S}$$

Pour une charge asymétrique :

Puissance totale = somme des puissances de chaque phase.

| | | |
|-----|------------------------------------|-------|
| P | puissance active | [W] |
| S | puissance apparente | [VA] |
| Q | puissance réactive | [var] |
| U | tension du réseau | [V] |
| I | courant dans un conducteur polaire | [A] |

Chute de tension triphasée pour une charge symétrique

$$U_v = R_L \cdot I \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi$$

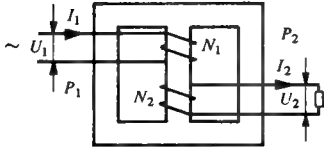
$$U_v = U_1 - U_2$$

Puissance perdue en ligne pour une charge symétrique

$$P = 3 \cdot R_L \cdot I^2$$

| | | |
|-------|--------------------------------------------------|-----|
| U_v | chute de tension | [V] |
| R_L | résistance d'un conducteur | [Ω] |
| I | courant dans un conducteur polaire | [A] |
| P | puissance perdue dans les 3 conducteurs polaires | [W] |

Remarque : Les symboles de repérage L_1 , L_2 et L_3 ont remplacé les symboles périmés R, S et T.


FEM induite

$$E = \frac{\Phi \cdot \omega \cdot N}{\sqrt{2}} \quad \omega = 2 \cdot \pi \cdot f$$

a) Rapports en monophasé
(les pertes sont négligées)

$$S_1 = S_2$$

Rapport de transformation u

$$u = \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{I_2}{I_1}$$

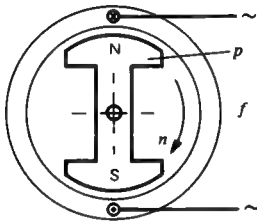
E FEM induite [V]
 Φ flux magnétique max. dans le noyau [Wb]
 ω vitesse angulaire $\left[\frac{1}{s}\right]$
 N_1 N_2 nombre de spires primaire et secondaire
 U_1 U_2 tensions primaire et secondaire [V]
 I_1 I_2 courants primaire et secondaire [A]
 S_1 S_2 puissances apparentes primaire et secondaire [VA]

b) Rapport en triphasé (les pertes sont négligées)

$$S_1 = S_2$$

Rapport du nombre de spires $\frac{U_{1ph}}{U_{2ph}} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{I_{2ph}}{I_{1ph}}$
Rapport de transformation u $u = \frac{U_1}{U_2}$
Remarque: Dans les transformateurs triphasés, le rapport de transformation n'est égal à celui du nombre de spires que si le primaire et le secondaire ont le même couplage !

| Cas particuliers | | | |
|------------------|---------------------|------------------------------------------------|-------------------------------------------------|
| Couplage | Symbole du couplage | Schéma du couplage primaire secondaire | Rapport de transformation $u = \frac{U_1}{U_2}$ |
| Etoile-étoile | | | $\frac{N_1}{N_2}$ |
| Triangle-étoile | | | $\frac{N_1}{N_2 \cdot \sqrt{3}}$ |
| Etoile-triangle | | | $\frac{N_1 \cdot \sqrt{3}}{N_2}$ |
| Etoile-zigzag | | | $\frac{N_1 \cdot 2}{N_2 \cdot \sqrt{3}}$ |



Fréquence produite par un alternateur

$$f = p \cdot n$$

Fréquence de rotation d'un moteur synchrone

$$n = \frac{f}{p}$$

f fréquence [Hz]
 p nombre de paires de pôles de l'inducteur
 n fréquence de rotation de l'inducteur $\left[\frac{1}{s} \right]$

Glissement d'un moteur asynchrone

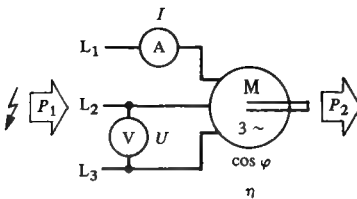
$$s = \frac{n_c - n}{n_c} \cdot 100$$

s glissement en %
 n_c fréquence de rotation du champ tournant $\left[\frac{1}{s} \right]$ ou $\left[\frac{1}{\text{min}} \right]$
 n fréquence de rotation du moteur $\left[\frac{1}{s} \right]$ ou $\left[\frac{1}{\text{min}} \right]$

Fréquence induite dans le rotor

$$f_r = f \frac{s}{100}$$

f fréquence du réseau [Hz]
 f_r fréquence induite dans le rotor (inducteur) [Hz]



Puissance utile d'un moteur Monophasé

$$P_2 = U \cdot I \cdot \cos \varphi \cdot \eta$$

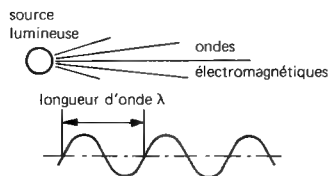
Triphasé

$$P_2 = U \cdot I \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi \cdot \eta$$

$$\eta = \frac{P_2}{P_1}$$

P_2 puissance utile (mécanique) [W]
 U tension du réseau [V]
 I courant dans un conducteur polaire [A]
 $\cos \varphi$ facteur de puissance
 η rendement
 P_1 puissance absorbée [W]

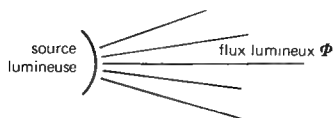
La lumière est la partie des ondes électromagnétiques périodiques qui impressionnent la rétine. Les rayonnements visibles ont des longueurs d'onde comprises entre $0,38\ \mu\text{m}$ et $0,76\ \mu\text{m}$.



Longueur d'onde

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

λ longueur d'onde [m]
 $c = 3 \cdot 10^{-8}$ m/s : vitesse de propagation des ondes [m/s]
 f fréquence [Hz]



Le flux lumineux Φ d'une source représente la "puissance lumineuse" rayonnée par celle-ci, et évaluée par l'oeil. Il s'exprime en lumen [lm]

Φ flux lumineux [lm]

La quantité de lumière Q ou "énergie" est le produit du flux lumineux émis par une source par le temps d'émission

$$Q = \Phi \cdot t$$

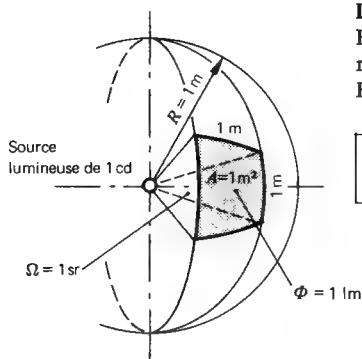
| | | |
|-------------------------|-------|-------|
| | (S) | ou |
| Q quantité de lumière | [lms] | [lmh] |
| Φ flux lumineux | [lm] | |
| t temps | [s] | [h] |



Efficacité lumineuse

$$K = \frac{\Phi}{P}$$

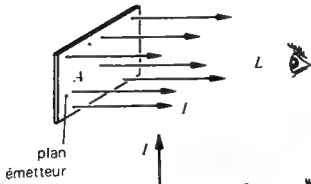
K efficacité lumineuse [$\frac{\text{lm}}{\text{W}}$]
 Φ flux lumineux [lm]
 P puissance électrique de la source [W]



L'intensité lumineuse I représente la "force" de la lumière. Elle dépend de l'amplitude de l'onde et définit l'intensité du rayonnement dans une direction donnée. Elle s'exprime en candela [cd]

$$I = \frac{\Phi}{\Omega}$$

I intensité lumineuse [cd]
 Φ flux lumineux [lm]
 Ω angle solide [sr]

Cas 1: L est normal au plan émetteurCas 2: L est oblique au plan émetteur

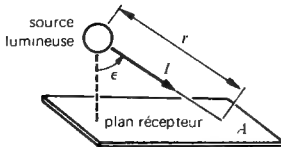
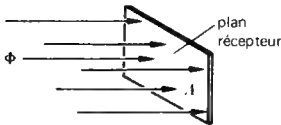
La **luminance** L est une indication pour la sensation de clarté que l'oeil perçoit d'une surface.

C'est le quotient de l'intensité lumineuse I d'une surface par l'aire apparente A de cette surface.

$$L = \frac{I}{A}$$

$$L = \frac{I}{A \cdot \cos \epsilon}$$

| | | |
|------------|----------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------|
| L | luminance | $\left[\frac{\text{cd}}{\text{m}^2}\right]$ |
| I | intensité lumineuse | $[\text{cd}]$ |
| A | aire du plan éclairant | $[\text{m}^2]$ |
| ϵ | angle entre le rayon normal (L) et le rayon oblique impressionnant la rétine | |

Cas 1 E est normal au plan récepteurCas 2 E est oblique au plan récepteur

L'**éclairement** E (lux) est le quotient du flux lumineux Φ reçu par une surface par l'aire A de cette surface.

$$E = \frac{\Phi}{A}$$

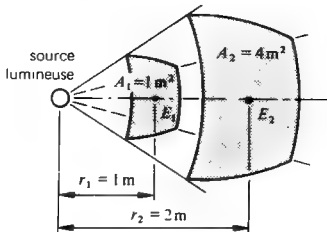
$$E = \frac{I}{r^2 \cdot \cos \epsilon}$$

| | | |
|------------|---------------------------------------------------------|----------------|
| E | éclairement | $[\text{lx}]$ |
| Φ | flux lumineux | $[\text{lm}]$ |
| A | aire du plan récepteur | $[\text{m}^2]$ |
| I | intensité lumineuse | $[\text{cd}]$ |
| r | distance émission-réception | $[\text{m}]$ |
| ϵ | angle entre le rayon normal (I) et le rayon oblique | |

Loi du carré des distances

L'éclairement fourni par une source lumineuse est inversement proportionnel au carré de la distance.

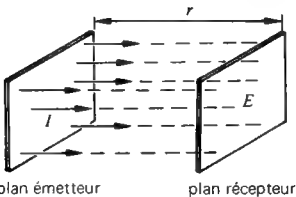
$$E_1 \cdot r_1^2 = E_2 \cdot r_2^2$$

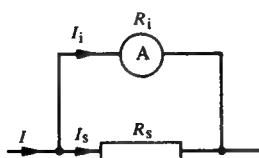


Relation entre intensité lumineuse et éclairement

$$E = \frac{I}{r^2}$$

| | | |
|-----|---------------------|---------------|
| E | éclairement | $[\text{lx}]$ |
| I | intensité lumineuse | $[\text{cd}]$ |
| r | distance | $[\text{m}]$ |



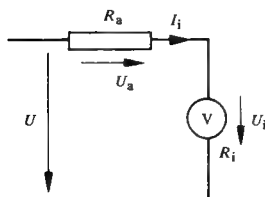


**Extension de l'étendue
de mesure d'un ampèremètre**

$$R_s = R_i \frac{I_i}{I_s}$$

$$I = I_i + I_s$$

| | | |
|-------|---------------------------------------|--------------|
| R_s | résistance du shunt | [Ω] |
| R_i | résistance interne de l'instrument | [Ω] |
| I_i | étendue de mesure de l'instrument | [A] |
| I_s | courant dans le shunt | [A] |
| I | courant à mesurer | [A] |

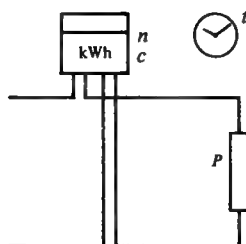


**Extension de l'étendue
de mesure d'un voltmètre**

$$R_a = \frac{U - R_i \cdot I_i}{I_i}$$

$$U = U_i + R_a \cdot I_i$$

| | | |
|-------|-------------------------------------------------------|--------------|
| R_a | résistance additionnelle | [Ω] |
| U | étendue de mesure désirée | [V] |
| R_i | résistance interne de l'instrument | [Ω] |
| I_i | courant dans l'instrument pour la déviation totale | [A] |
| U_i | tension aux bornes de l'instrument | [V] |



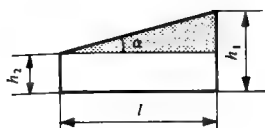
**Mesure de la puissance à
l'aide d'un compteur de kWh**

$$P = \frac{3600 \cdot n}{c \cdot t}$$

| | | |
|-----|---------------------------------------------------|---------------------------------------|
| P | puissance du récepteur | [kW] |
| n | nombre de tours du disque pendant le temps t | |
| t | durée de la mesure | [s] |
| c | constante du compteur | $\left[\frac{1}{\text{kWh}} \right]$ |

Notes

Inclinaison



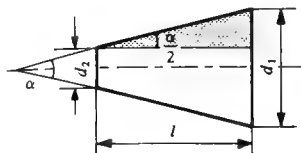
$$\text{Inclinaison} = \frac{h_1 - h_2}{l} = \tan \alpha$$

$$\text{Inclinaison en \%} = \frac{h_1 - h_2}{l} \cdot 100$$

α = angle d'inclinaison

h_1, h_2, l [mm]
 α [°] angle d'inclinaison

Conicité



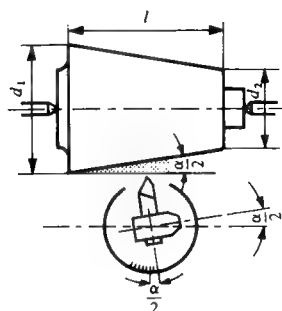
$$\text{Conicité} = \frac{d_1 - d_2}{l} = 2 \tan \frac{\alpha}{2}$$

$$\text{Conicité en \%} = \frac{d_1 - d_2}{l} \cdot 100$$

α = angle du cône

d_1, d_2, l [mm]
 α [°] angle au sommet du cône

Tournage conique



a) Par orientation du chariot porte-outil

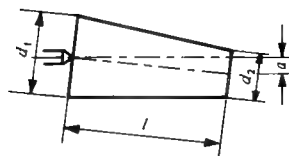
Le chariot porte-outil est incliné d'un angle $\alpha/2$ donné par l'équation

$$\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{d_1 - d_2}{2l}$$

d_1, d_2, l [mm]
 α [°] angle au sommet du cône
 conicité en **valeur décimale**

$$\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2} \cdot \text{conicité}$$

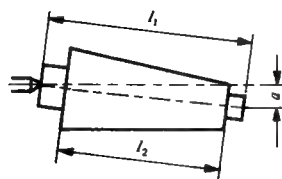
b) Par excentrage de la contre-pointe (cônes à faible pente)



$$a = \frac{d_1 - d_2}{2}$$

$$a = \frac{l}{2} \cdot \text{conicité}$$

a [mm] cote d'excentrage
 d_1, d_2, l, l_1, l_2 [mm]
 conicité en **valeur décimale**

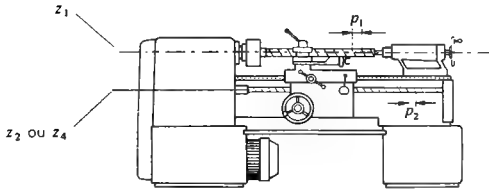


$$a = \frac{d_1 - d_2}{2} \cdot \frac{l_1}{l_2}$$

$$a = \frac{l_1}{2} \cdot \text{conicité}$$

Exemple : pour les cônes métriques, on écrira dans les calculs :
 Conicité = 0,05, et non pas ~~conicité = 5%~~

Calcul des rapports d'engrenage pour le filetage



- p_1 = pas à fileter
 p_2 = pas de la vis-mère
 z_1, z_3 , nombre de dents des roues menantes
 z_2, z_4 , nombre de dents des roues menées

| Montage à 2 roues | Montage à 4 roues | Contrôle du montage des roues |
|-------------------------------------|---------------------------------------------------------|----------------------------------------|
| $\frac{p_1}{p_2} = \frac{z_1}{z_2}$ | $\frac{p_1}{p_2} = \frac{z_1 \cdot z_3}{z_2 \cdot z_4}$ | $z_1 + z_2 > z_3$ $z_3 + z_4 > z_2$ |

p_1 et p_2 doivent toujours être exprimés dans la même unité, le mm.

— si le pas à fileter est exprimé en filets par pouce, on écrira : $p_1 = \frac{25,4}{\text{nb. filets/''}}$

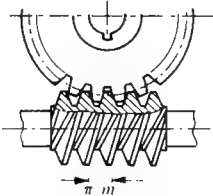
si le pas de la vis-mère est exprimé en filets par pouce, on écrira : $p_2 = \frac{25,4}{\text{nb. filets/''}}$

Série normale des roues interchangeables équipant la plupart des tours :

18, 20, 22, 25, 30, 33, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90, 95, 100, (110), (120), (125) et 127.

Vérification : pas de la vis-mère \times rapport de transmission = pas de la pièce à tourner

Filetage d'un pas exprimé en module (vis sans fin)



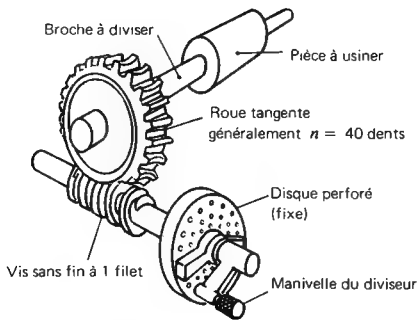
Pas de la vis sans fin :

$$p_1 = \pi \cdot m \cdot z$$

- z nombre de filets de la vis sans fin
 m [mm] module de la vis sans fin
 p_1 [mm] pas de la vis sans fin à usiner
 p_2 [mm] pas de la vis-mère du tour

| | | Valeurs approchées pour π | | | | |
|-------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------|----------------|-----------------------------------|-------------------------------------|----------------------------|
| Vis-mère à pas métrique | $\frac{p_1}{p_2} = \frac{\pi \cdot m \cdot z}{p_2} = \frac{z_1 \cdot z_3}{z_2 \cdot z_4}$ | $\pi \approx$ | $\frac{22}{7}$ | $\frac{7 \times 35}{13 \times 6}$ | $\frac{32 \times 27}{25 \times 11}$ | $\frac{19 \times 21}{127}$ |
| | | erreur en ‰ | 0,4 | 0,2 | 0,07 | 0,04 |

| | | Valeurs approchées pour $\frac{\pi}{25,4}$ | | | | |
|-----------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------|------------------------------------|-----------------------------------|------------------------------------|-------------------------------------|
| Vis-mère anglaise à nb. filets/'' | $\frac{p_1}{p_2} = \frac{\pi \cdot m \cdot z}{25,4} = \frac{z_1 \cdot z_3}{z_2 \cdot z_4}$ | $\frac{\pi}{25,4} \approx$ | $\frac{22 \times 5}{7 \times 127}$ | $\frac{2 \times 17}{5 \times 55}$ | $\frac{5 \times 19}{32 \times 24}$ | $\frac{11 \times 17}{27 \times 56}$ |
| | | erreur en ‰ | 0,4 | 0,4 | 0,1 | 0,06 |



Division simple

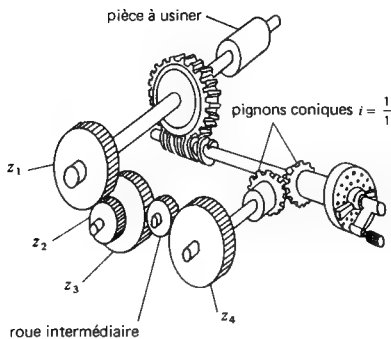
Nombre standard de perforations par cercle de trous

| | | | | | | |
|-------------|----|----|----|----|----|----|
| Disque n° 1 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| Disque n° 2 | 21 | 23 | 27 | 29 | 31 | 33 |
| Disque n° 3 | 37 | 39 | 41 | 43 | 47 | 49 |

Un tour complet de la pièce correspond à 40 tours de manivelle, lorsque la roue tangente compte 40 dents.

$$n = \frac{40}{z}$$

n nombre de tours de manivelle pour une division
 z nombre de divisions à usiner



Diviseur différentiel

- Choisir un nombre z' de divisions aussi proche que possible du nombre z de divisions à usiner;
- Calculer le nombre de tours de manivelle pour effectuer une division :

$$n = \frac{40}{z'}$$

- Déterminer le rapport d'engrenage corrigeant l'erreur créée par l'adoption de z' :

$$\frac{40(z' - z)}{z'} = \frac{z_1 \cdot z_3}{z_2 \cdot z_4}$$

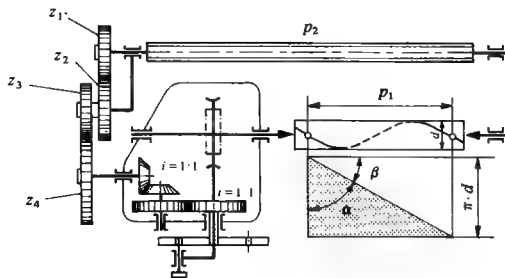
Nb. de dents par roue

| | | | | | | |
|----|----|----|----|----|-----|-------|
| 24 | 24 | 28 | 32 | 36 | 40 | 44 |
| 48 | 56 | 64 | 72 | 86 | 100 | (120) |

- Spécifier le sens de rotation du disque

$z' > z$: le disque tourne dans le même sens que la manivelle
 $z' < z$: le disque tourne en sens contraire (avec roue intermédiaire)

Fraisage hélicoïdal au diviseur universel

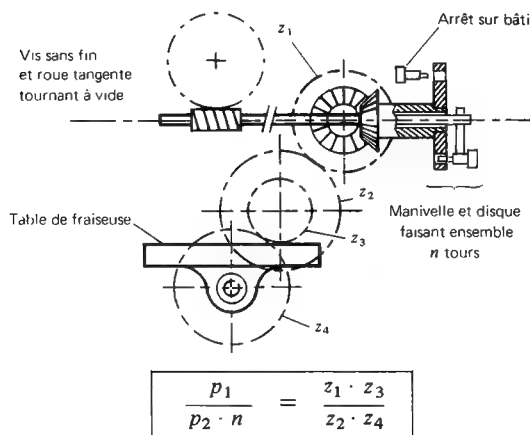


d [mm] diamètre de la pièce à usiner
 p_1 [mm] pas de l'hélice à usiner sur la pièce
 p_2 [mm] pas de la vis de la table de fraiseuse
 α [°] angle de l'hélice à tailler
 β [°] angle d'inclinaison de la table fraiseuse
 n nombre de tours de manivelle sur le diviseur
 z nombre d'hélices à tailler

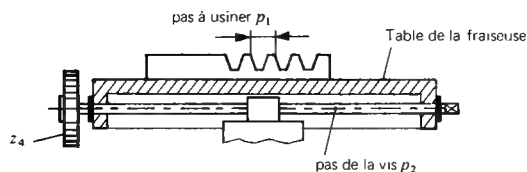
$$\tan \beta = \frac{\pi \cdot d}{p_1}$$

$$\frac{\text{Roues menantes}}{\text{Roues menées}} = \frac{p_2 \cdot 40}{p_1} = \frac{z_1 \cdot z_3}{z_2 \cdot z_4}$$

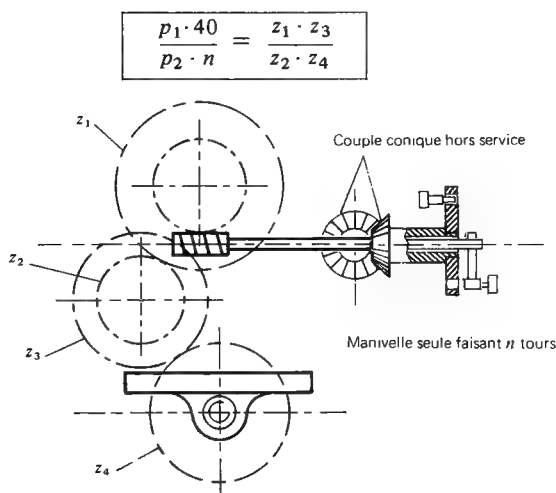
$$n = \frac{40}{z}$$

Division rectiligne par diviseur sans démultiplication

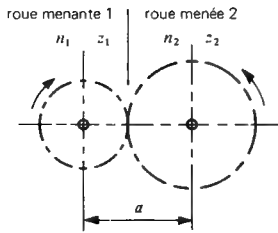
n nombre de tours, la manivelle et le disque étant solidaires.
 z_1, z_3 roues menantes
 z_2, z_4 roues menées



p_1 [mm] pas à usiner sur la pièce
 p_2 [mm] pas de la vis de la table fraiseuse

Division rectiligne par diviseur avec démultiplication

n nombre de tours effectués par la manivelle seule.
 z_1, z_3 roues menantes
 z_2, z_4 roues menées



Train d'engrenages — Rapport de transmission

Engrenage simple :

$$n_1 \cdot z_1 = n_2 \cdot z_2$$

Rapport de transmission :

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1}$$

Moment agissant sur les roues :

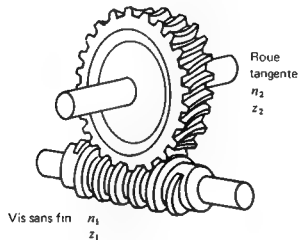
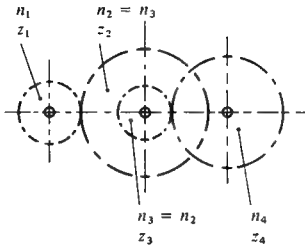
$$M_1 \cdot z_2 = M_2 \cdot z_1$$

Engrenage double :

$$n_1 \cdot z_1 \cdot z_3 = n_4 \cdot z_2 \cdot z_4$$

Rapport de transmission :

$$i = \frac{n_1}{n_4} = \frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3} = i_1 \cdot i_2$$



Vis sans fin et roue tangente

$$n_1 \cdot z_1 = n_2 \cdot z_2$$

Rapport de transmission :

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1}$$

n_1, n_3, \dots fréquence de rotation des roues menantes

n_2, n_4, \dots fréquence de rotation des roues menées

z_1, z_3, \dots nombre de dents des roues menantes

z_2, z_4, \dots nombre de dents des roues menées

i rapport de transmission

M_1, M_2 moments

δ_1 angle primitif de la roue menante

δ_2 angle primitif de la roue menée

Roues coniques :

$$n_1 \cdot z_1 = n_2 \cdot z_2$$

ou bien :

$$n_1 \cdot \sin \delta_1 = n_2 \cdot \sin \delta_2$$

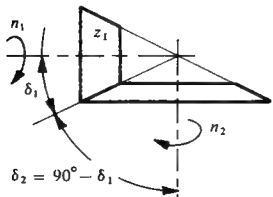
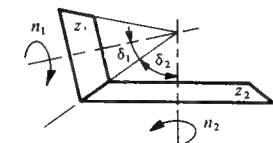
$$\text{Rapport de transmission : } i = \frac{n_1}{n_2}$$

Si $\delta_1 + \delta_2 = 90^\circ$, on a :

$$n_2 = n_1 \cdot \tan \delta_1$$

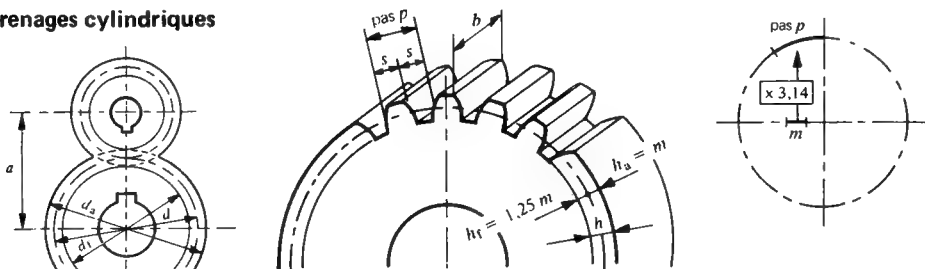
$$\tan \delta_1 = \frac{z_1}{z_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\tan \delta_2 = \frac{z_2}{z_1} = \frac{n_1}{n_2} = i$$



Unités : les grandeurs de même espèce doivent être exprimées avec la même unité.

Engrenages cylindriques

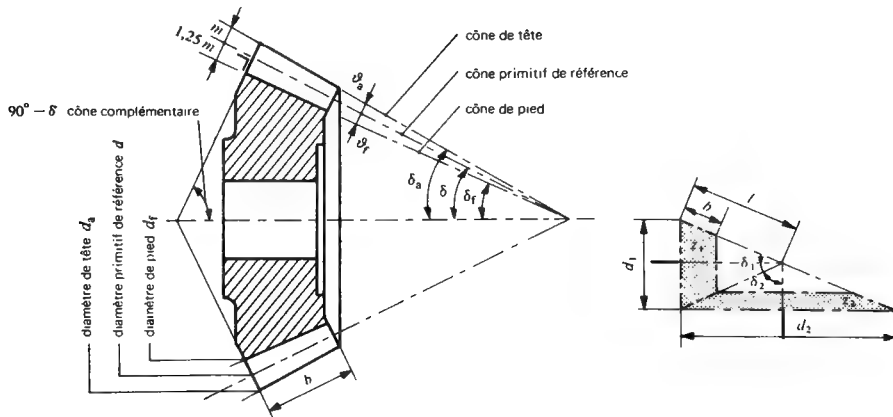


| Désignation | Symbole | Roue à denture droite | Roue à denture hélicoïdale |
|--------------------------------|----------------------------|----------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| | ISO et VSM | | |
| module-module réel | m, m_n | $m = \frac{d}{z} = \frac{p}{\pi} = \frac{d_a}{z+2}$ | $m_n = m_t \cdot \cos \beta = \frac{p_n}{\pi}$ |
| module apparent | m_t | | $m_t = \frac{d}{z} = \frac{m_n}{\cos \beta}$ |
| pas - pas réel | p, p_n | $p = \pi \cdot m$ | $p_n = p_t \cdot \cos \beta = \pi \cdot m_n$ |
| pas apparent | p_t | | $p_t = \pi \cdot m_t = \frac{\pi \cdot d}{z} = \frac{p_n}{\cos \beta}$ |
| diamètre primitif de référence | d | $d = m \cdot z = d_a - 2m$ | $d = m_t \cdot z = \frac{m_n \cdot z}{\cos \beta}$ |
| diamètre prim. roue menante | d_1 | $d_1 = \frac{2 \cdot a}{1+i}$ (i = rapport de transmission) | $d_1 = \frac{2 \cdot a}{1+i}$ |
| diamètre prim. roue menée | d_2 | $d_2 = \frac{2 \cdot a \cdot i}{1+i}$ | $d_2 = \frac{2 \cdot a \cdot i}{1+i}$ |
| diamètre de tête | d_a | $d_a = d + 2m = m(z+2)$ | $d_a = d + 2m_n$ |
| diamètre de pied | d_f | $d_f = d - 2,5m = m(z-2,5)**$ | $d_f = d - 2,5m_n**$ |
| nombre de dents | z | $z = \frac{d}{m}$ | $z = \frac{d}{m_t}$ |
| hauteur de la dent | h | $h = 2m + c = 2,25m$ | $h = 2m_n + c = 2,25m_n$ |
| saillie (hauteur de tête) | h_a | $h_a = m$ | $h_a = m_n$ |
| creux (hauteur de pied) | h_f | $h_f = 1,25m**$ | $h_f = 1,25m_n**$ |
| épaisseur de la dent | s | $s = \frac{p}{2} = \frac{\pi \cdot m}{2}$ | $s = \frac{p_n}{2} = \frac{\pi \cdot m_n}{2}$ |
| largeur de denture | b | $b \approx \frac{\text{effort tangentiel en N}}{60 m}$ | $b \approx \frac{\text{effort tangentiel en N}}{60 m_n}$ |
| entraxe | a | $a = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{m(z_1 + z_2)}{2}$ | $a = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{m_t(z_1 + z_2)}{2}$ |
| angle d'hélice | roue menante roue menée | β_1 β_2 | axes parallèles: $\beta_1 = \beta_2 \leq 20^\circ$ axes orthogonaux: $\beta_1 + \beta_2 = 90^\circ$ avec $\beta_1 \geq \beta_2$ |

* Valable également pour calculer le pas d'une vis sans fin

** Vide à fond des dents: $c = 0,25 m$ (valeur recommandée par ISO et VSM)

Engrenages coniques à denture droite



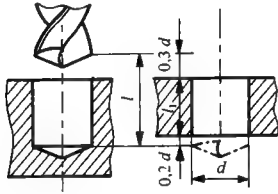
| Désignation | Symbole ISO et VSM | Les axes sont perpendiculaires : $\delta_1 + \delta_2 = 90^\circ$ |
|------------------------------------------------|-----------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| module { mesuré sur le gros bout de la denture | m | $m = \frac{p}{\pi} = \frac{d}{z}$ |
| pas | p | $p = \pi \cdot m = \frac{\pi \cdot d}{z}$ |
| diamètre primitif de référence | d | $d = m \cdot z = \frac{p \cdot z}{\pi}$ |
| diamètre de tête | d_a | $d_a = d + 2 m \cdot \cos \delta = m (z + 2 \cos \delta)$ |
| nombre de dents | z | $z = \frac{d}{m}$ |
| largeur de denture | b | $b \approx \frac{\text{effort tangentiel en N}}{40 m}$ mais $b \leq \frac{l}{3}$ |
| angle primitif de référence | δ | $\tan \delta_1 = \frac{d_1}{d_2} = \frac{z_1}{z_2} = \frac{n_2}{n_1} \quad \left \quad \tan \delta_2 = \frac{d_2}{d_1} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{n_1}{n_2}\right.$ indice impair = roue menante, indice pair = roue menée |
| angle de tête | δ_a | $\delta_{a1} = \delta_1 + \vartheta_a \quad \left \quad \delta_{a2} = \delta_2 + \vartheta_a\right.$ $\tan \delta_{a1} = \frac{z_1 + 2 \cdot \cos \delta_1}{z_2 - 2 \cdot \sin \delta_1} \quad \left \quad \tan \delta_{a2} = \frac{z_2 + 2 \cdot \cos \delta_2}{z_1 - 2 \cdot \sin \delta_2}\right.$ |
| angle de pied | δ_f | $\delta_{f1} = \delta_1 - \vartheta_f \quad \left \quad \delta_{f2} = \delta_2 - \vartheta_f\right.$ |
| angle de saillie | ϑ_a | $\tan \vartheta_a = \frac{2 \cdot \sin \delta_1}{z_1} = \frac{2 \cdot \sin \delta_2}{z_2}$ |
| angle de creux | ϑ_f | $\tan \vartheta_f = \frac{2,5 \cdot \sin \delta_1}{z_1} = \frac{2,5 \cdot \sin \delta_2}{z_2}^*$ |

*Vide à fond des dents : $c = 0,25 m$ (valeur recommandée par ISO et VSM)

Calcul à la résistance des matériaux du module d'une denture : $m = 2,3 \sqrt{\frac{F}{k \cdot \sigma_f}}$

m [mm]
 F [N]
 σ_f [N/mm²]
 $k = \frac{\text{longueur dent}}{\text{module}}$

Perçage



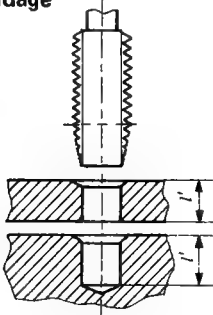
$$t = 1,1 \frac{l \cdot i}{s \cdot n} = 1,1 \frac{l \cdot \pi \cdot d \cdot i}{s \cdot v \cdot 1000}$$

$$l = l_1 + 0,3 d + 0,2 d$$

$$n = \frac{1000 v}{\pi \cdot d}$$

| | |
|--------------|----------------------------------|
| t [min] | temps de coupe |
| l [mm] | longueur de forage |
| s [mm] | avance par tour du foret |
| n [tr/min] | fréquence de rotation |
| d [mm] | diamètre du foret |
| v [m/min] | vitesse de coupe |
| i | nombre de trous de même diamètre |

Taraudage



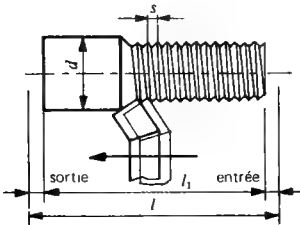
pour un aller-retour à vitesse constante :

$$t = 2 \frac{l \cdot i}{s \cdot n} = 2 \frac{l \cdot \pi \cdot d \cdot i}{s \cdot v \cdot 1000}$$

- a) Trous traversants :
 l = longueur l' du taraudage + diamètre du taraud
 b) Trous borgnes :
 l = profondeur de l'avant trou¹⁾

| | |
|--------------|---------------------------------|
| t [min] | temps de coupe |
| l [mm] | longueur active |
| s [mm] | = p pas du taraud |
| n [tr/min] | fréquence de rotation |
| d [mm] | diamètre du filetage |
| v [m/min] | vitesse de coupe |
| i | = 1 emploi d'un taraud-machine |
| | = 3 emplois de 3 tarauds à main |

Tournage — alésage

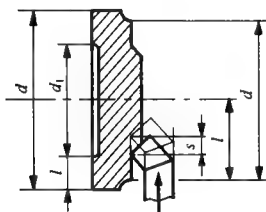


$$t = \frac{l \cdot i}{s \cdot n} = \frac{l \cdot \pi \cdot d \cdot i}{s \cdot v \cdot 1000}$$

$$l = l_1 + \text{entrée et dégagement du burin}$$

| | |
|--------------|-------------------------------------|
| t [min] | temps de coupe |
| l [mm] | longueur de tournage |
| s [mm] | avance de l'outil par tour de pièce |
| n [tr/min] | fréquence de rotation |
| d [mm] | diamètre de tournage |
| v [m/min] | vitesse de coupe |
| i | nombre de passes |

Dressage des faces



$$t = \frac{l \cdot i}{s \cdot n} = \frac{l \cdot \pi \cdot d_m \cdot i}{s \cdot v \cdot 1000}$$

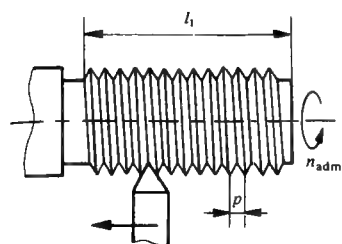
$$l = \frac{d - d_1}{2} + \text{entrée et dégagement}$$

$$d_m = \frac{d + d_1}{2}$$

| | |
|--------------|--------------------------------------------------------------|
| t [min] | temps de coupe |
| l [mm] | largeur de tournage |
| s [mm] | avance par tour |
| n [tr/min] | fréquence de rotation |
| d_m [mm] | diamètre moyen |
| v [m/min] | vitesse de coupe choisie en fonction du diamètre moyen d_m |
| i | nombre de passes |

1) Voir normes VSM : Extrait pour écoles professionnelles.

Filetage sur tour



$$t = c \frac{l \cdot i}{s \cdot n_{adm}}$$

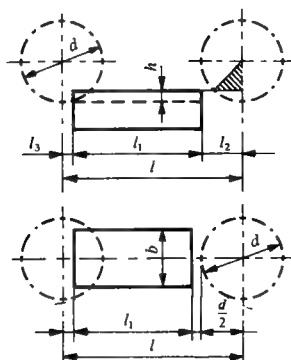
$$l = l_1 + 10$$

$$n_{adm} = \frac{60}{p} \begin{cases} \text{pour filetages} \\ \text{courts, borgnes,} \\ \text{mal dégagés} \end{cases}$$

$$n_{adm} \leq \frac{500}{p} \begin{cases} \text{pour filetages} \\ \text{longs et} \\ \text{bien dégagés} \end{cases}$$

| | |
|--------------------|-----------------------------------|
| t [min] | temps de coupe |
| l [mm] | course du burin |
| s [mm] | $= p$ pas du filetage |
| n_{adm} [tr/min] | fréquence de rotation de la pièce |
| i | nombre de passes |
| $i = 6 \dots 14$ | pour l'ébauche |
| $i = 3 \dots 7$ | pour la finition |
| $c = 2$ | pour retour normal du burin |
| $c = 1,75$ | pour retour rapide du burin |

Fraisage



$$a = s \cdot z \cdot n$$

$$\begin{cases} l = l_1 + l_2 + l_3 \\ l_2 = \sqrt{h \cdot d - h^2} + \text{entrée} \end{cases}$$

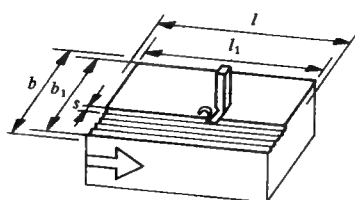
$$t = \frac{l \cdot i}{a}$$

$$\begin{cases} l = l_1 + \frac{d}{2} + \text{entrée} + \dots \\ \dots + \text{dégagement} \end{cases}$$

$$n = \frac{1000 v}{\pi d}$$

| | |
|--------------|------------------------------------------|
| t [min] | temps de coupe |
| l [mm] | déplacement de la table |
| a [mm/min] | avance de la table |
| s [mm] | avance de la table par dent de la fraise |
| z | nombre de dents de la fraise |
| n [tr/min] | fréquence de rotation de la fraise |
| v [m/min] | vitesse de coupe de la fraise |
| i | nombre de passes |
| h [mm] | profondeur de passe |

Rabotage



a) à la raboteuse

$$t = \frac{2 \cdot l \cdot b \cdot i}{s \cdot v_m \cdot 1000}$$

$$l = l_1 + (50 \dots 100)$$

$$b = b_1 + 5$$

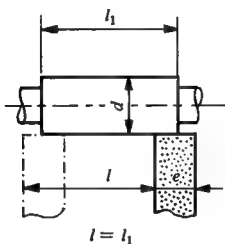
$$v_m = \frac{2 \cdot v \cdot v_r}{v + v_r}$$

b) à l'étau-limeur

$$t = \frac{b \cdot i}{s \cdot n}$$

| | |
|---------------|----------------------------------------------|
| t [min] | temps de coupe |
| l [mm] | course de la table |
| s [mm] | avance par course aller et retour |
| b [mm] | largeur totale de rabotage |
| v [m/min] | vitesse de coupe |
| v_r [m/min] | vitesse de retour |
| v_m [m/min] | vitesse moyenne |
| i | nombre de passes |
| n [1/min] | nombre d'aller et retour du burin par minute |

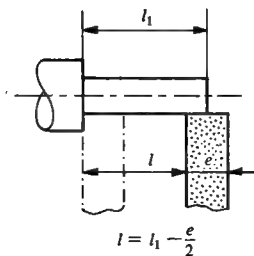
Rectification cylindrique



$$t = c \frac{l \cdot i}{s \cdot n}$$

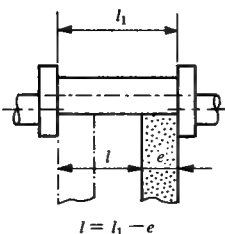
pour l'ébauche : $s = \frac{2}{3} e$

pour la finition : $s = \frac{1}{2} e$



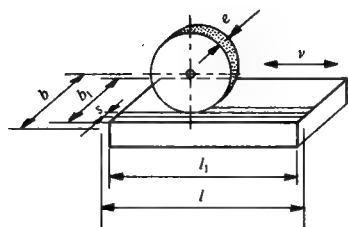
$$i = \frac{h}{h'} + 2 \text{ ou } 4$$

$$n = \frac{1000 v}{\pi \cdot d}$$



| | |
|--------------|---------------------------------------|
| t [min] | temps de coupe |
| l [mm] | longueur de meulage |
| s [mm] | avance par tour de la pièce |
| n [tr/min] | fréquence de rotation de la pièce |
| d [mm] | diamètre de la pièce |
| v [m/min] | vitesse circonférentielle de la pièce |
| h [mm] | surépaisseur |
| h' [mm] | profondeur de fonçage |
| e [mm] | largeur de la meule |
| i | nombre de passes |
| $c = 1$ | fonçage à chaque extrémité |
| $c = 2$ | fonçages à une seule extrémité |

Rectification plane



$$t = c \frac{l \cdot b \cdot i}{s \cdot v \cdot 1000}$$

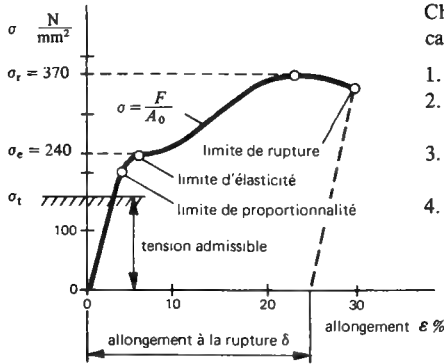
Valeurs de s et de i :
voir rectifiage circulaire

$$l = l_1 + \text{entrée} + \text{dégagement}$$

$$b = b_1 + \text{entrée} + \text{dégagement} + e$$

| | |
|-------------|--------------------------------|
| t [min] | temps de coupe |
| l [mm] | longueur de meulage |
| b [mm] | largeur de meulage |
| s [mm] | avance de la table |
| v [m/min] | vitesse de la pièce |
| i | nombre de passes |
| $c = 1$ | fonçage à chaque extrémité |
| $c = 2$ | fonçages à une seule extrémité |

Diagramme de traction



Chaque diagramme de traction fournit les caractéristiques suivantes. Exemple d'un Ac 37 :¹⁾

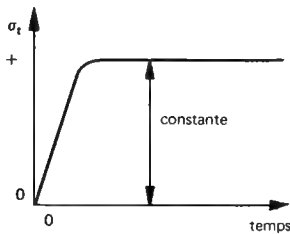
1. Tension de rupture : $\sigma_r = 370 \text{ N/mm}^2$
2. Tension de limite d'élasticité : $\sigma_e = 240 \text{ N/mm}^2$
3. Allongement à la rupture : $\delta = 25\%$
4. Module d'élasticité : $E = 210\,000 \text{ N/mm}^2$

Tension admissible de traction σ_t

Dans toute construction, la tension admissible doit être inférieure à la tension de limite d'élasticité ($\sigma_t < \sigma_e$). Sa valeur numérique se calcule à partir de σ_e ou de σ_r après avoir adopté un coefficient de sécurité k .

Genre de charge

- statique
- immobile



a) Après lecture de σ_e sur le diagramme de traction ou dans un tableau¹⁾

$$\sigma_t = \frac{\sigma_e}{k} \quad k \approx 1,5 \dots 2 \text{ ou plus selon le genre de machine à construire}$$

b) Au cas où σ_e n'est pas connu (fonte grise, bois, aciers extra-durs), prendre σ_r :

$$\sigma_t = \frac{\sigma_r}{k} \quad k \approx 2 \dots 3 \text{ ou plus selon le genre de machine à construire}$$

- répétée
 - alternée
 - variable
- $\left. \begin{array}{l} \text{Pour ces genres de charges, le diagramme de traction n'est plus utilisable} \\ \text{et la tension admissible ne peut plus se calculer comme ci-dessus.} \\ \text{C'est alors la résistance à la fatigue qui devient déterminante.} \end{array} \right\}$

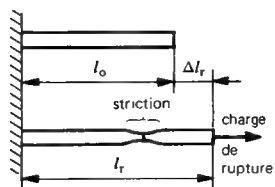
Tensions admissibles pour d'autres cas de sollicitation statique

| Compression | Flexion | Cisaillement, torsion | Rupture au cisaillement |
|-------------------------------|---------------------------|----------------------------------------|-------------------------|
| Acier | | Acier et autres métaux durs | |
| $\sigma_c = \sigma_t$ | $\sigma_f = \sigma_t$ | $\tau = 0,8 \sigma_t$ | $\tau_r = 0,8 \sigma_r$ |
| Fonte grise | | Métaux tendres : Alu, acier extra-doux | |
| $\sigma_c \approx 3 \sigma_t$ | $\sigma_f = 1,5 \sigma_t$ | $\tau = 0,5 \sigma_t$ | $\tau_r = 0,5 \sigma_r$ |

Remarque : certains auteurs expriment l'unité de tension en daN/mm^2 ; l'équivalence avec le système des mécaniciens MKpS s'en trouve facilitée : $1 \text{ kp/mm}^2 \approx 1 \text{ daN/mm}^2$ (2% d'erreur).

1) Voir normes VSM : Extrait pour écoles professionnelles.

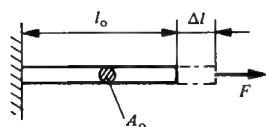
$1 \text{ kp/mm}^2 \approx 10 \text{ N/mm}^2 = 10 \text{ MPa}$ $1 \text{ kp/cm}^2 \approx 0,1 \text{ N/mm}^2 = 0,1 \text{ MPa}$ $1 \text{ N/mm}^2 = 1 \text{ MPa}$

Allongement relatif à la rupture δ 

$$\delta = \frac{\Delta l_r}{l_0} \cdot 100$$

$$l_r = l_0 + \Delta l_r$$

δ [%] allongement relatif
 l_0 [mm] longueur primitive
 l_r [mm] longueur après rupture
 Δl_r [mm] allongement après rupture

Module d'élasticité longitudinale E (module d'Young)

Valable dans la zone de proportionnalité

$$E = \frac{F \cdot l_0}{A_0 \cdot \Delta l} \Rightarrow \Delta l = \frac{F \cdot l_0}{A_0 \cdot E}$$

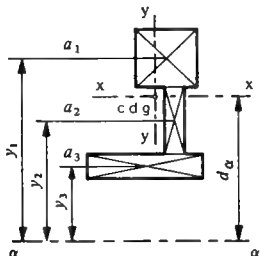
E [N/mm²] module d'élasticité
 Δl [mm] allongement
 F [N] effort déformant
 A_0 [mm²] section avant l'effort
 l_0 [mm] longueur avant l'effort

Quelques valeurs
numériques de E :

en N/mm²

Fer : 210 000
 Acier : 200 000...220 000
 Acier inox. : 190 000...195 000
 Fonte : 60 000...160 000
 Cuivre : 120 000...

Aluminium : 67 500
 Plomb : 18 000
 Tungstène : 400 000
 Bronze pr. ressort : 115 000

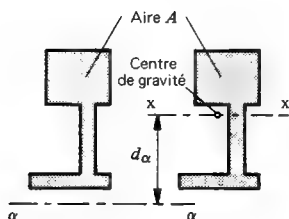
Moment statique M_s d'un profil

$$M_{s(\alpha)} = \sum (a \cdot y)$$

Le moment statique permet de calculer la position du centre de gravité (c.d.g.) de la surface.

$$d_\alpha = \frac{M_{s(\alpha)}}{A} \quad A = \sum a$$

M_s [cm³] moment statique
 A [cm²] aire totale du profil
 a [cm²] aire élémentaire
 y [cm] distance du c.d.g. de la surface élémentaire à l'axe α
 d_α [cm] distance du c.d.g. de la surface totale A à l'axe α

Moment d'inertie axial I d'un profil

Changement d'axe

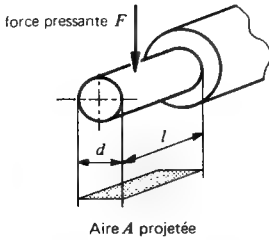
$$I_\alpha = I_x + A d_\alpha^2$$

ou bien

$$I_x = I_\alpha - A d_\alpha^2$$

I_α [cm⁴] moment d'inertie par rapport à l'axe α
 I_x [cm⁴] moment d'inertie par rapport à l'axe x
 A [cm²] aire du profil
 d_α [cm] distance séparant les deux axes

Pression



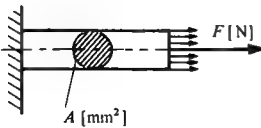
$$\text{Pression} = \frac{\text{force pressante}}{\text{aire projetée}}$$

$$p = \frac{F}{A}$$

p [N/mm²] pression
 F [N] force pressante
 A [mm²] aire projetée dans la direction de F

Conversion des unités: $1 \text{ N/mm}^2 = 1 \text{ MPa} \approx 10 \text{ kp/cm}^2$
 $1 \text{ kp/cm}^2 \approx 0,1 \text{ N/mm}^2 = 0,1 \text{ MPa}$

Condition de résistance à la traction

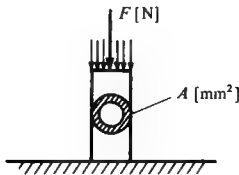


Tension :

$$t = \frac{F}{A} \leq \sigma_t$$

σ_t [N/mm²] tension admise de traction
 F [N] effort de traction
 A [mm²] section droite

Condition de résistance à la compression

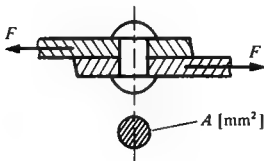


Tension :

$$t = \frac{F}{A} \leq \sigma_c$$

σ_c [N/mm²] tension admise de compression
 F [N] effort de compression
 A [mm²] section droite

Condition de résistance au cisaillement

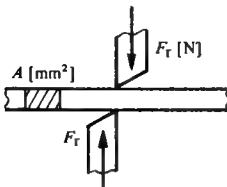


Tension :

$$\theta = \frac{F}{A} \leq \tau$$

τ [N/mm²] tension admise au cisaillement
 F [N] effort de cisaillement
 A [mm²] section cisailée

Condition de rupture au cisaillement

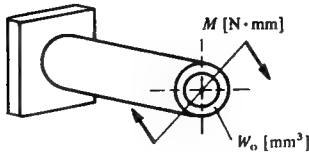


Tension de rupture :

$$\theta_r = \frac{F}{A} \geq \tau_r$$

τ_r [N/mm²] tension de rupture
 F_r [N] effort de rupture
 A [mm²] section de rupture

Condition de résistance à la torsion



Tension maximum :

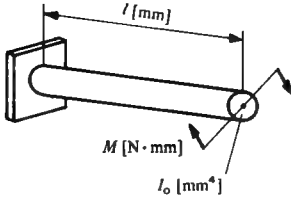
$$\theta = \frac{M}{W_o} \leq \tau$$

τ [N/mm²]

M [N·mm]
 W_o [mm³]

tension admissible de glissement
moment de torsion
module de résistance à la torsion
voir tableau page 119

Déformation à la torsion



Angle de torsion :

$$\varphi = \frac{M \cdot l}{I_o \cdot G} \quad [\text{rad}]$$

M [N·mm]

l [mm]

I_o [mm⁴]

moment de torsion
longueur de l'arbre
moment d'inertie polaire de la section
voir tableau page 119
module d'élasticité transversal

pour l'acier :

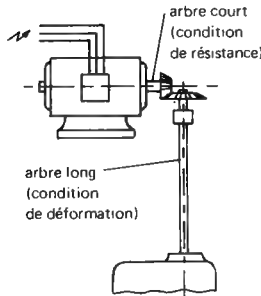
$$G = 80\,000 \text{ N/mm}^2$$

G [N/mm²]

pour les fontes :

$$G = 0,35 \dots 0,4 E$$

Arbres de transmission pleins : formules pratiques



$$d = \sqrt[3]{\frac{5 M}{\tau}}$$

d [mm]

M [N·mm]

τ [N/mm²]

diamètre arbre
moment de torsion
tension admissible de glissement

Arbres en acier $\Rightarrow G = 80\,000 \text{ N/mm}^2$

pour $\varphi = 1/4$ degré par mètre

$$d = 129 \sqrt[4]{\frac{P}{n}} = 2,32 \sqrt[4]{M}$$

d [mm]

P [kW]

n [tr/min]

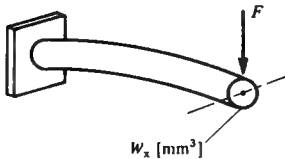
M [N·mm]

diamètre arbre
puissance
fréquence de rotation
moment de torsion

pour $\varphi = 1/2$ degré par mètre

$$d = 109 \sqrt[4]{\frac{P}{n}} = 1,95 \sqrt[4]{M}$$

Condition de résistance à la flexion



Tension maximum :

$$\sigma = \frac{M_f \max}{W_x} \leq \sigma_f$$

σ_f [N/mm²]

$M_f \max$ [N·mm]

tension admise de flexion

moment fléchissant maximum.

Voir tableau page 120
module de résistance à la flexion

Déformation à la flexion (flèche) : voir le tableau récapitulatif p. 120

$$w_x = \frac{I_x}{v}$$

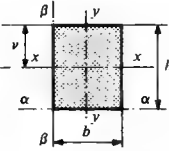
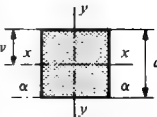
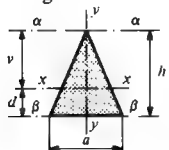
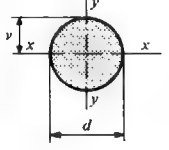
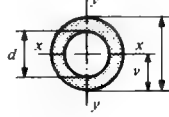
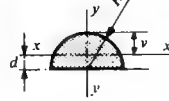
w_x [mm³]

v [mm]

I_x [mm⁴]

Voir tableau page 119
Moment d'inertie axial


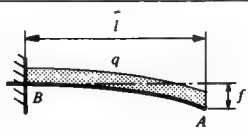
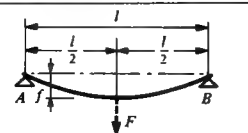
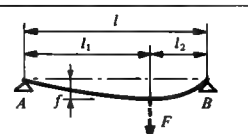
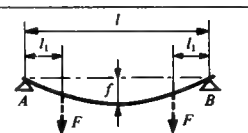
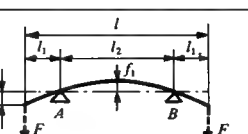
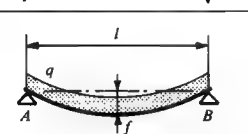
Tableau récapitulatif

| Section | Moment d'inertie | | Module de résistance | | |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| | axial I | | polaire I_0 | à la flexion W | à la torsion W_0 |
| Rectangle  | $I_x = \frac{bh^3}{12}$ $I_y = \frac{hb^3}{12}$ | $I_\alpha = \frac{bh^3}{3}$ $I_\beta = \frac{hb^3}{3}$ | $I_0 = c_1 hb^3$ | $W_x = \frac{bh^2}{6}$ $W_y = \frac{hb^2}{6}$ | $W_0 = \frac{c_1}{c_2} hb^2$ |
| c_1 et c_2 sont définis à partir du rapport $n = h/b$ ¹⁾ | | | | | |
| Carré  | $I_x = I_y = \frac{a^4}{12}$ | | $I_0 = 0,141 a^4$ | $W_x = \frac{a^3}{6}$ | $W_0 = 0,208 a^3$ |
| Triangle  | $I_x = \frac{ah^3}{36}$ | $I_\alpha = \frac{ah^3}{4}$ $I_\beta = \frac{ah^3}{12}$ | | $W_x = \frac{ah^2}{24}$ | |
| Disque  | $I_x = \frac{\pi d^4}{64}$ $I_x \approx 0,05 d^4$ | | $I_0 = \frac{\pi d^4}{32}$ $I_0 \approx 0,1 d^4$ | $W_x = \frac{\pi d^3}{32}$ $W_x \approx 0,1 d^3$ | $W_0 = \frac{\pi d^3}{16}$ $W_0 \approx 0,2 d^3$ |
| Couronne  | $I_x = \frac{\pi}{64} (D^4 - d^4)$ $I_x \approx 0,05 (D^4 - d^4)$ | | $I_0 = \frac{\pi}{32} (D^4 - d^4)$ $I_0 \approx 0,1 (D^4 - d^4)$ | $W_x = \frac{\pi}{32} \frac{D^4 - d^4}{D}$ $W_x \approx 0,1 \frac{D^4 - d^4}{D}$ | $W_0 = \frac{\pi}{16} \frac{D^4 - d^4}{D}$ $W_0 \approx 0,2 \frac{D^4 - d^4}{D}$ |
| Demi-disque  $d = 0,4244 R$ | $I_x = 0,1098 R^4$ | | | $W_x = 0,1908 R^3$ | |

¹⁾

| $n = h/b$ | 1 | 1,5 | 2 | 3 | 4 | 6 | 8 | 10 | ∞ |
|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|
| c_1 | 0,141 | 0,196 | 0,229 | 0,263 | 0,281 | 0,298 | 0,307 | 0,312 | 0,333 |
| c_2 | 0,675 | 0,852 | 0,928 | 0,977 | 0,990 | 0,997 | 0,999 | 1,000 | 1,000 |

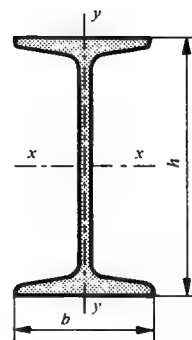
Tableau récapitulatif (poutres à section constante)

| Mode d'application des charges | Réactions d'appuis R_A et R_B [N] | Moment fléchissant max. M_{fmax} [N × m] | Flèche maximum f_{max} [mm] |
|-------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | $R_B = F$ | $M_{fmax} = F \cdot l$ | $f_{max} = \frac{F \cdot l^3}{3EI}$ |
|  | $R_B = q \cdot l$ | $M_{fmax} = \frac{q \cdot l^2}{2}$ | $f_{max} = \frac{q \cdot l^4}{8000EI}$ |
|  | $R_A = R_B = \frac{F}{2}$ | $M_{fmax} = \frac{F \cdot l}{4}$ | $f_{max} = \frac{Fl^3}{48EI}$ |
|  | $R_A = F \frac{l_2}{l}$ $R_B = F \frac{l_1}{l}$ | $M_{fmax} = F \frac{l_1 \cdot l_2}{l}$ | $f_{max} = \frac{F \cdot l_1^2 \cdot l_2^2}{3EI l}$ |
|  | $R_A = R_B = F$ | $M_{fmax} = F \cdot l_1$ Constant entre les forces F | $f_{max} = \frac{Fl_1}{6EI} \left(\frac{3}{4}l^2 - l_1^2 \right)$ |
|  | $R_A = R_B = F$ | $M_{fmax} = F \cdot l_1$ Constant entre A et B | $f_1 = \frac{F \cdot l_1 \cdot l_2^2}{8EI}$ $f_2 = \frac{F \cdot l_1^2}{3EI} \left(l_1 + \frac{3}{2}l_2 \right)$ |
|  | $R_A = R_B = \frac{q \cdot l}{2}$ | $M_{fmax} = \frac{q \cdot l^2}{8}$ | $f_{max} = \frac{5 \cdot q \cdot l^4}{384000 \cdot EI}$ |

F [N] charge locale
 q [N/m] charge uniformément répartie par mètre
 l longueur totale de la poutre $\begin{cases} \text{en [m]} & \text{pour calculer } M_{fmax}, \text{ 2ème colonne} \\ \text{en [mm]} & \text{pour calculer } f_{max}, \text{ 3ème colonne} \end{cases}$
 E [N/mm²] module d'élasticité longitudinale
 I [mm⁴] moment d'inertie axial

Poutrelles I normales (abréviation courante I PN)

| Dési- gna- tion I | hau- teur h [mm] | lar- geur b [mm] | section A [cm ²] | poids [N/m] | Axe neutre x - x | | Axe neutre y - y | | Dési- gna- tion I |
|----------------------------|---------------------------|---------------------------|------------------------------------|----------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|----------------------------|
| | | | | | I_x [cm ⁴] | W_x [cm ³] | I_y [cm ⁴] | W_y [cm ³] | |
| 4    | 45 | 35 | 4,7 | 37,7 | 15,3 | 6,8 | 3,6 | 2,0 | 4    |
| 6 | 60 | 40 | 5,9 | 45,1 | 34,1 | 11,4 | 5,9 | 3,0 | 6 |
| 8 | 80 | 42 | 7,58 | 53,3 | 77,8 | 19,5 | 6,29 | 3,00 | 8 |
| 10 | 100 | 50 | 10,6 | 81,6 | 171 | 34,2 | 12,2 | 4,88 | 10 |
| 12 | 120 | 58 | 14,2 | 110 | 328 | 54,7 | 21,5 | 7,41 | 12 |
| 14 | 140 | 66 | 18,3 | 141 | 573 | 81,9 | 35,2 | 10,7 | 14 |
| 15 | 150 | 70 | 20,3 | 157 | 735 | 98,0 | 43,9 | 12,5 | 15 |
| 16 | 160 | 74 | 22,8 | 176 | 935 | 117 | 54,7 | 14,8 | 16 |
| 18 | 180 | 82 | 27,9 | 215 | 1 450 | 161 | 81,3 | 19,8 | 18 |
| 20 | 200 | 90 | 33,5 | 258 | 2 140 | 214 | 117 | 26,0 | 20 |
| 22 | 220 | 98 | 39,6 | 305 | 3 060 | 278 | 162 | 33,1 | 22 |
| 24 | 240 | 106 | 46,1 | 355 | 4 250 | 354 | 221 | 41,7 | 24 |
| 25 | 250 | 110 | 49,7 | 383 | 4 970 | 397 | 256 | 46,5 | 25 |
| 26 | 260 | 113 | 53,4 | 411 | 5 740 | 442 | 288 | 51,0 | 26 |
| 28 | 280 | 119 | 61,1 | 471 | 7 590 | 542 | 364 | 61,2 | 28 |
| 30 | 300 | 125 | 69,1 | 532 | 9 800 | 653 | 451 | 72,2 | 30 |
| 32 | 320 | 131 | 77,8 | 600 | 12 510 | 782 | 555 | 84,7 | 32 |
| 34 | 340 | 137 | 86,8 | 668 | 15 700 | 923 | 674 | 98,4 | 34 |
| 36 | 360 | 143 | 97,1 | 747 | 19 610 | 1090 | 818 | 114 | 36 |
| 38 | 380 | 149 | 107 | 824 | 24 010 | 1260 | 975 | 131 | 38 |
| 40 | 400 | 155 | 118 | 908 | 29 210 | 1460 | 1160 | 149 | 40 |
| 42    | 425 | 163 | 132 | 1020 | 36 970 | 1740 | 1440 | 176 | 42    |
| 45 | 450 | 170 | 147 | 1130 | 45 850 | 2040 | 1730 | 203 | 45 |
| 50 | 500 | 185 | 180 | 1380 | 68 740 | 2750 | 2480 | 268 | 50 |
| 55 | 550 | 200 | 213 | 1640 | 99 180 | 3610 | 3490 | 349 | 55 |
| 60 | 600 | 215 | 254 | 1950 | 139 000 | 4630 | 4670 | 434 | 60 |


Poutrelle I pour charpentes

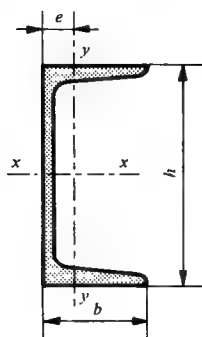
| | | | | | | | | | |
|----|-----|----|------|------|-----|------|------|------|----|
| 14 | 140 | 60 | 11,7 | 8,99 | 365 | 52,2 | 15,6 | 5,21 | 14 |
|----|-----|----|------|------|-----|------|------|------|----|

Fers U normaux (abréviation courante [PN])

| Dési- gna- tion [| hau- teur h [mm] | lar- geur b [mm] | c.d.g. e [mm] | section A [cm ²] | poids [N/m] | Axe neutre $x-x$ | | Axe neutre $y-y$ | |
|----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------|--------------------------------------|----------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| | | | | | | I_x [cm ⁴] | W_x [cm ³] | I_y [cm ⁴] | W_y [cm ³] |
| 8 | 80 | 45 | 14,5 | 11,0 | 84,7 | 106 | 26,5 | 19,4 | 6,36 |
| 10 | 100 | 50 | 15,5 | 13,5 | 104 | 206 | 41,2 | 29,3 | 8,49 |
| 12 | 120 | 55 | 16,0 | 17,0 | 131 | 364 | 60,7 | 43,2 | 11,1 |
| 14 | 140 | 60 | 17,5 | 20,4 | 157 | 605 | 86,4 | 62,7 | 14,8 |
| 16 | 160 | 65 | 18,4 | 24,0 | 184 | 925 | 116 | 85,3 | 18,3 |
| 18 | 180 | 70 | 19,2 | 28,0 | 216 | 1 350 | 150 | 114 | 22,4 |
| 20 | 200 | 75 | 20,1 | 32,2 | 248 | 1 910 | 191 | 148 | 27,0 |
| 22 | 220 | 80 | 21,4 | 37,4 | 288 | 2 690 | 245 | 197 | 33,6 |
| 24 | 240 | 85 | 22,3 | 42,3 | 325 | 3 600 | 300 | 248 | 39,6 |
| 26 | 260 | 90 | 23,6 | 48,3 | 372 | 4 820 | 371 | 317 | 47,7 |
| 28 | 280 | 95 | 25,3 | 53,3 | 410 | 6 280 | 448 | 399 | 57,2 |
| 30 | 300 | 100 | 27,0 | 58,8 | 453 | 8 030 | 535 | 495 | 67,8 |
| 32 | 320 | 100 | 26,0 | 75,8 | 583 | 10 870 | 679 | 597 | 80,6 |
| 35 | 350 | 100 | 24,0 | 77,3 | 594 | 12 840 | 734 | 570 | 75,0 |
| 38 | 381 | 102 | 23,5 | 79,7 | 613 | 15 730 | 826 | 613 | 78,4 |
| 40 | 400 | 110 | 26,5 | 91,5 | 704 | 20 350 | 1 020 | 846 | 102 |

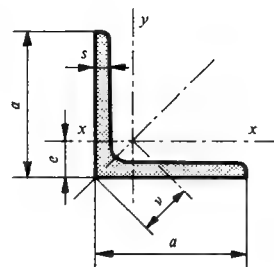
Fer U pour charpentes

| | | | | | | | | | |
|----|-----|----|------|------|------|-----|------|------|------|
| 14 | 140 | 40 | 10,2 | 9,90 | 76,3 | 285 | 40,6 | 12,5 | 4,21 |
|----|-----|----|------|------|------|-----|------|------|------|



Cornières à ailes égales

| Désignation L $a \times a \times s$ [mm] | c.d.g. | | sect. A [cm ²] | poids [N/m] | Axe neutre ($x - x$) = ($y - y$) I_x W_x [cm ⁴] [cm ³] | |
|---------------------------------------------------|-------------|-------------|------------------------------------|----------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| | e [mm] | v [mm] | | | | |
| 30 × 30 × 3 | 8,4 | 11,8 | 1,74 | 13,3 | 1,41 | 0,65 |
| | 4 | 8,9 | 2,27 | 17,5 | 1,81 | 0,86 |
| | 5 | 9,2 | 2,78 | 21,4 | 2,16 | 1,04 |
| 40 × 40 × 4 | 11,2 | 15,8 | 3,08 | 23,7 | 4,48 | 1,56 |
| | 5 | 11,6 | 3,79 | 29,1 | 5,43 | 1,91 |
| | 6 | 12,0 | 4,48 | 34,5 | 6,33 | 2,26 |
| 50 × 50 × 5 | 14 | 19,8 | 4,80 | 37 | 11,0 | 3,05 |
| | 6 | 14,5 | 5,69 | 43,9 | 12,8 | 3,61 |
| | 7 | 14,9 | 6,56 | 50,5 | 14,6 | 4,15 |
| | 9 | 15,6 | 8,24 | 63,5 | 17,9 | 5,20 |
| 60 × 60 × 6 | 16,9 | 23,9 | 6,91 | 53,2 | 22,8 | 5,29 |
| | 8 | 17,7 | 9,03 | 69,6 | 29,1 | 6,88 |
| | 10 | 18,5 | 11,1 | 85,3 | 34,9 | 8,41 |
| 70 × 70 × 7 | 19,7 | 27,9 | 9,40 | 72,4 | 42,4 | 8,43 |
| | 9 | 20,5 | 11,9 | 91,6 | 52,6 | 10,6 |
| | 11 | 21,3 | 14,3 | 110 | 61,8 | 12,7 |
| 80 × 80 × 8 | 22,6 | 32,0 | 12,3 | 94,8 | 72,3 | 12,6 |
| | 10 | 23,4 | 15,1 | 117 | 87,5 | 15,5 |
| | 12 | 24,1 | 17,9 | 138 | 102,0 | 18,2 |
| | 14 | 24,8 | 20,6 | 158 | 115,0 | 20,8 |
| 90 × 90 × 9 | 25,4 | 35,9 | 15,5 | 120 | 116,0 | 18,0 |
| | 11 | 26,2 | 18,7 | 144 | 138,0 | 21,6 |
| | 13 | 27,0 | 21,8 | 168 | 158,0 | 25,1 |
| 100 × 100 × 10 | 28,2 | 39,9 | 19,2 | 148 | 177,0 | 24,7 |
| | 12 | 29,0 | 22,7 | 175 | 207,0 | 29,2 |
| | 14 | 29,8 | 26,2 | 199 | 235,0 | 33,5 |
| 120 × 120 × 11 | 33,6 | 47,5 | 25,4 | 195 | 341,0 | 39,5 |
| | 13 | 34,4 | 29,7 | 228 | 394,0 | 46,0 |
| | 15 | 35,1 | 33,9 | 261 | 446,0 | 52,5 |



Exemples d'utilisation des tables numériques, pages 125 à 134

| | |
|-----------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Facteurs | $\frac{182}{455} = \frac{2 \times 7 \times 13}{5 \times 7 \times 13} = \frac{2}{5}$ $\frac{\pi \times 28}{198} \approx \frac{22}{7} \times \frac{28}{198} = \frac{2 \times 11 \times 2^2 \times 7}{7 \times 2 \times 3^2 \times 11} = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9}$ |
| $d \rightarrow \pi \cdot d$ | $\pi \times 27 = 84,823$ $\pi \times 27,6 = \pi \times 27 \overline{6} \times 10^{-1} = 867,08 \times 10^{-1} = 86,708$ |
| $\pi \cdot d \rightarrow d$ | $\pi \cdot d = 54,6 \rightarrow d = 17, \dots$ Pour obtenir une décimale de plus, on écrira : $\pi \cdot d = 54,6 = 54 \overline{6} \times 10^{-1} \rightarrow d = 174 \times 10^{-1} = 17,4$ $\pi \cdot d = 297,5 \rightarrow d = 94, \dots$ Pour obtenir une décimale de plus, on écrira : $\pi \cdot d = 297,5 = 2975 \times 10^{-1} \rightarrow d = 947 \times 10^{-1} = 94,7$ |
| $d \rightarrow \frac{\pi \cdot d^2}{4}$ | $\frac{\pi \times 27^2}{4} = 572,555$ $\frac{\pi \times 27,6^2}{4} = \frac{\pi \times 276^2}{4} 10^{-2} = 59\,828,5 \times 10^{-2} = 598,285$ |
| $\frac{\pi \cdot d^2}{4} \rightarrow d$ | $\frac{\pi \cdot d^2}{4} = 839,82 \rightarrow d = 32, \dots$ Pour obtenir une décimale de plus, on écrira : $\frac{\pi \cdot d^2}{4} = 839,82 = 83\,9 \overline{82} \times 10^{-2} \rightarrow d = 327 \times 10^{-1} = 32,7$ |
| $n \rightarrow \sqrt{n}$ | $\sqrt{13\,924} = 118$ $\sqrt{1392,4} = 37, \dots$ Pour obtenir une décimale de plus, on écrira : $\sqrt{1392,4} = \sqrt{139\,240} \times 10^{-2} = 10^{-1} \sqrt{139\,240} = 10^{-1} \times 373 = 37,3$ $\sqrt{139,24} = \sqrt{13\,924} \times 10^{-2} = 10^{-1} \sqrt{13\,924} = 10^{-1} \times 118 = 11,8$ $\sqrt{13,924} = \sqrt{13\,9240} \times 10^{-4} = 10^{-2} \sqrt{139\,240} = 10^{-2} \times 373 = 3,73$ |

Logarithmes : pages 135 ... 136

| | |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Multiplication $c = a \cdot b \Leftrightarrow \log c = \log a + \log b$ <div style="display: flex; align-items: center; margin-top: 10px;"> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 5px; text-align: center; margin-right: 10px;"> 253 × 312 </div> <div style="margin-right: 10px;">→</div> <div style="text-align: right;">2,403 12</div> </div> <div style="display: flex; align-items: center; margin-bottom: 10px;"> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 5px; text-align: center; margin-right: 10px;"> 253 × 312 </div> <div style="margin-right: 10px;">→</div> <div style="text-align: right;">+ 2,494 15</div> </div> <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 5px; text-align: center; margin-right: 10px;"> = 78 936, </div> <div style="margin-right: 10px;">←</div> <div style="text-align: right;">4,897 27</div> </div> | Puissance $N = a^n \Leftrightarrow \log N = n \cdot \log a$ <div style="display: flex; align-items: center; margin-top: 10px;"> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 5px; text-align: center; margin-right: 10px;"> 9⁴ </div> <div style="margin-right: 10px;">→</div> <div style="text-align: right;">0,954 24</div> </div> <div style="display: flex; align-items: center; margin-bottom: 10px;"> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 5px; text-align: center; margin-right: 10px;"> 9⁴ </div> <div style="margin-right: 10px;">→</div> <div style="text-align: right;">× 4</div> </div> <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 5px; text-align: center; margin-right: 10px;"> = 6 561 </div> <div style="margin-right: 10px;">←</div> <div style="text-align: right;">3,816 96</div> </div> |
| Division $c = a : b \Leftrightarrow \log c = \log a - \log b$ <div style="display: flex; align-items: center; margin-top: 10px;"> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 5px; text-align: center; margin-right: 10px;"> 480 : 6 </div> <div style="margin-right: 10px;">→</div> <div style="text-align: right;">2,681 24</div> </div> <div style="display: flex; align-items: center; margin-bottom: 10px;"> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 5px; text-align: center; margin-right: 10px;"> 480 : 6 </div> <div style="margin-right: 10px;">→</div> <div style="text-align: right;">- 0,778 15</div> </div> <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 5px; text-align: center; margin-right: 10px;"> = 80 </div> <div style="margin-right: 10px;">←</div> <div style="text-align: right;">1,903 09</div> </div> | Racine $R = \sqrt[n]{a} \Leftrightarrow \log R = \frac{\log a}{n}$ <div style="display: flex; align-items: center; margin-top: 10px;"> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 5px; text-align: center; margin-right: 10px;"> ³√72 </div> <div style="margin-right: 10px;">→</div> <div style="text-align: right;">1,857 33</div> </div> <div style="display: flex; align-items: center; margin-bottom: 10px;"> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 5px; text-align: center; margin-right: 10px;"> ³√72 </div> <div style="margin-right: 10px;">→</div> <div style="text-align: right;">: 3</div> </div> <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 5px; text-align: center; margin-right: 10px;"> = 4,160 2 </div> <div style="margin-right: 10px;">←</div> <div style="text-align: right;">0,619 11</div> </div> |

| $n = d$ | Facteur | $\pi \cdot d$ | $\frac{\pi \cdot d^2}{4}$ | \sqrt{n} | $n = d$ | Facteur | $\pi \cdot d$ | $\frac{\pi \cdot d^2}{4}$ | \sqrt{n} |
|---------|-----------------------|---------------|---------------------------|------------|---------|-------------------------|---------------|---------------------------|------------|
| 1 | — | 3,142 | 0,78 54 | 1 | 50 | 2×5^2 | 157,08 | 19 63, 50 | 7,0711 |
| 2 | — | 6,283 | 3, 14 16 | 1,4142 | 51 | 3×17 | 160,22 | 20 42, 82 | 1414 |
| 3 | — | 9,425 | 7, 06 86 | 7321 | 52 | $2^2 \times 13$ | 163,36 | 21 23, 72 | 2111 |
| 4 | 2^2 | 12,566 | 12, 56 64 | 2 | 53 | — | 166,50 | 22 06, 18 | 2801 |
| 5 | — | 15,708 | 19, 63 50 | 2,2361 | 54 | 2×3^3 | 169,65 | 22 90, 22 | 3485 |
| 6 | 2×3 | 18,850 | 28, 27 43 | 4495 | 55 | 5×11 | 172,79 | 23 75, 83 | 4162 |
| 7 | — | 21,991 | 38, 48 45 | 6458 | 56 | $2^3 \times 7$ | 175,93 | 24 63, 01 | 4833 |
| 8 | 2^3 | 25,133 | 50, 26 55 | 8284 | 57 | 3×19 | 179,07 | 25 51, 76 | 5498 |
| 9 | 3^2 | 28,274 | 63, 61 73 | 3 | 58 | 2×29 | 182,21 | 26 42, 08 | 6158 |
| 10 | 2×5 | 31,416 | 78, 53 98 | 3,1623 | 59 | — | 185,35 | 27 33, 97 | 6811 |
| 11 | — | 34,558 | 95, 03 32 | 3166 | 60 | $2^2 \times 3 \times 5$ | 188,50 | 28 27, 43 | 7460 |
| 12 | $2^2 \times 3$ | 37,699 | 1 13, 09 7 | 4641 | 61 | — | 191,64 | 29 22, 47 | 8102 |
| 13 | — | 40,841 | 1 32, 73 2 | 6056 | 62 | 2×31 | 194,78 | 30 19, 07 | 8740 |
| 14 | 2×7 | 43,982 | 1 53, 93 8 | 7417 | 63 | $3^2 \times 7$ | 197,92 | 31 17, 25 | 9373 |
| 15 | 3×5 | 47,124 | 1 76, 71 5 | 8730 | 64 | 2^6 | 201,06 | 32 16, 99 | 8 |
| 16 | 2^4 | 50,265 | 2 01, 06 2 | 4 | 65 | 5×13 | 204,20 | 33 18, 31 | 8,0623 |
| 17 | — | 53,407 | 2 26, 98 0 | 4,1231 | 66 | $2 \times 3 \times 11$ | 207,35 | 34 21, 19 | 1240 |
| 18 | 2×3^2 | 56,549 | 2 54, 46 9 | 2426 | 67 | — | 210,49 | 35 25, 65 | 1854 |
| 19 | — | 59,690 | 2 83, 52 9 | 3589 | 68 | $2^2 \times 17$ | 213,63 | 36 31, 68 | 2462 |
| 20 | $2^2 \times 5$ | 62,832 | 3 14, 15 9 | 4721 | 69 | 3×23 | 216,77 | 37 39, 28 | 3066 |
| 21 | 3×7 | 65,973 | 3 46, 36 1 | 5826 | 70 | $2 \times 5 \times 7$ | 219,91 | 38 48, 45 | 3666 |
| 22 | 2×11 | 69,115 | 3 80, 13 3 | 6904 | 71 | — | 223,05 | 39 59, 19 | 4261 |
| 23 | — | 72,257 | 4 15, 47 6 | 7958 | 72 | $2^3 \times 3^2$ | 226,19 | 40 71, 50 | 4853 |
| 24 | $2^3 \times 3$ | 75,398 | 4 52, 38 9 | 8990 | 73 | — | 229,34 | 41 85, 39 | 5440 |
| 25 | 5^2 | 78,540 | 4 90, 87 4 | 5 | 74 | 2×37 | 232,48 | 43 00, 84 | 6023 |
| 26 | 2×13 | 81,681 | 5 30, 92 9 | 5,0990 | 75 | 3×5^2 | 235,62 | 44,17, 86 | 6603 |
| 27 | 3^3 | 84,823 | 5 72, 55 5 | 1962 | 76 | $2^2 \times 19$ | 238,76 | 45 36, 46 | 7178 |
| 28 | $2^2 \times 7$ | 87,965 | 6 15, 75 2 | 2915 | 77 | 7×11 | 241,90 | 46 56, 63 | 7750 |
| 29 | — | 91,106 | 6 60, 52 0 | 3852 | 78 | $2 \times 3 \times 13$ | 245,04 | 47 78, 36 | 8318 |
| 30 | $2 \times 3 \times 5$ | 94,248 | 7 06, 85 8 | 4772 | 79 | — | 248,19 | 49 01, 67 | 8882 |
| 31 | — | 97,389 | 7 54, 76 8 | 5678 | 80 | $2^4 \times 5$ | 251,33 | 50 26, 55 | 9443 |
| 32 | 2^5 | 100,53 | 8 04, 24 8 | 6569 | 81 | 3^4 | 254,47 | 51 53, 00 | 9 |
| 33 | 3×11 | 103,67 | 8 55, 29 9 | 7446 | 82 | 2×41 | 257,61 | 52 81, 02 | 9,0554 |
| 34 | 2×17 | 106,81 | 9 07, 92 0 | 8310 | 83 | — | 260,75 | 54 10, 61 | 1104 |
| 35 | 5×7 | 109,96 | 9 62, 11 3 | 9161 | 84 | $2^2 \times 3 \times 7$ | 263,89 | 55 41, 77 | 1652 |
| 36 | $2^2 \times 3^2$ | 113,10 | 10 17, 88 | 6 | 85 | 5×17 | 267,04 | 56 74, 50 | 2195 |
| 37 | — | 116,24 | 10 75, 21 | 6,0828 | 86 | 2×43 | 270,18 | 58 08, 80 | 2736 |
| 38 | 2×19 | 119,38 | 11 34, 11 | 1644 | 87 | 3×29 | 273,32 | 59 44, 68 | 3274 |
| 39 | 3×13 | 122,52 | 11 94, 59 | 2450 | 88 | $2^3 \times 11$ | 276,46 | 60 82, 12 | 3808 |
| 40 | $2^3 \times 5$ | 125,66 | 12 56, 64 | 3246 | 89 | — | 279,60 | 62 21, 14 | 4340 |
| 41 | — | 128,81 | 13 20, 25 | 4031 | 90 | $2 \times 3^2 \times 5$ | 282,74 | 63 61, 73 | 4868 |
| 42 | $2 \times 3 \times 7$ | 131,95 | 13 85, 44 | 4807 | 91 | 7×13 | 285,88 | 65 03, 88 | 5394 |
| 43 | — | 135,09 | 14 52, 20 | 5574 | 92 | $2^2 \times 23$ | 289,03 | 66 47, 61 | 5917 |
| 44 | $2^2 \times 11$ | 138,23 | 15 20, 53 | 6332 | 93 | 3×31 | 292,17 | 67 92, 91 | 6437 |
| 45 | $3^2 \times 5$ | 141,37 | 15 90, 43 | 7082 | 94 | 2×47 | 295,31 | 69 39, 78 | 6954 |
| 46 | 2×23 | 144,51 | 16 61, 90 | 7823 | 95 | 5×19 | 298,45 | 70 88, 22 | 7468 |
| 47 | — | 147,65 | 17 34, 94 | 8557 | 96 | $2^5 \times 3$ | 301,59 | 72 38, 23 | 7980 |
| 48 | $2^4 \times 3$ | 150,80 | 18 09, 56 | 9282 | 97 | — | 304,73 | 73 89, 81 | 8489 |
| 49 | 7^2 | 153,94 | 18 85, 74 | 7 | 98 | 2×7^2 | 307,88 | 75 42, 96 | 8995 |
| 50 | 2×5^2 | 157,08 | 19 63, 50 | 7,0711 | 99 | $3^2 \times 11$ | 311,02 | 76 97, 69 | 9499 |
| | | | | | 100 | $2^2 \times 5^2$ | 314,16 | 78 53, 98 | 10 |

| $n = d$ | Facteur | $\pi \cdot d$ | $\frac{\pi \cdot d^2}{4}$ | \sqrt{n} | $n = d$ | Facteur | $\pi \cdot d$ | $\frac{\pi \cdot d^2}{4}$ | \sqrt{n} |
|---------|--------------------------|---------------|---------------------------|------------|---------|---------------------------|---------------|---------------------------|------------|
| 100 | $2^2 \times 5^2$ | 314,16 | 78 53, 98 | 10 | 150 | $2 \times 3 \times 5^2$ | 471,24 | 1 76 71,5 | 12,2474 |
| 101 | — | 317,30 | 80 11, 85 | 10,0499 | 151 | — | 474,38 | 1 79 07,9 | 2882 |
| 102 | $2 \times 3 \times 17$ | 320,44 | 81 71, 28 | 0995 | 152 | $2^3 \times 19$ | 477,52 | 1 81 45,8 | 3288 |
| 103 | — | 323,58 | 83 32, 29 | 1489 | 153 | $3^2 \times 17$ | 480,66 | 1 83 85,4 | 3693 |
| 104 | $2^3 \times 13$ | 326,73 | 84 94, 87 | 1980 | 154 | $2 \times 7 \times 11$ | 483,81 | 1 86 26,5 | 4097 |
| 105 | $3 \times 5 \times 7$ | 329,87 | 86 59, 01 | 2470 | 155 | 5×31 | 486,95 | 1 88 69,2 | 4499 |
| 106 | 2×53 | 333,01 | 88 24, 73 | 2956 | 156 | $2^2 \times 3 \times 13$ | 490,09 | 1 91 13,4 | 4900 |
| 107 | — | 336,15 | 89 92, 02 | 3441 | 157 | — | 493,23 | 1 93 59,3 | 5300 |
| 108 | $2^2 \times 3^3$ | 339,29 | 91 60, 88 | 3923 | 158 | 2×79 | 496,37 | 1 96 06,7 | 5698 |
| 109 | — | 342,43 | 93 31, 32 | 4403 | 159 | 3×53 | 499,51 | 1 98 55,7 | 6095 |
| 110 | $2 \times 5 \times 11$ | 345,58 | 95 03, 32 | 4881 | 160 | $2^5 \times 5$ | 502,65 | 2 01 06,2 | 6491 |
| 111 | 3×37 | 348,72 | 96 76, 89 | 5357 | 161 | 7×23 | 505,80 | 2 03 58,3 | 6886 |
| 112 | $2^4 \times 7$ | 351,86 | 98 52, 03 | 5830 | 162 | 2×3^4 | 508,94 | 2 06 12,0 | 7279 |
| 113 | — | 355,00 | 1 00 28, 7 | 6301 | 163 | — | 512,08 | 2 08 67,2 | 7671 |
| 114 | $2 \times 3 \times 19$ | 358,14 | 1 02 07, 0 | 6771 | 164 | $2^2 \times 41$ | 515,22 | 2 11 24,1 | 8062 |
| 115 | 5×23 | 361,28 | 1 03 86, 9 | 7238 | 165 | $3 \times 5 \times 11$ | 518,36 | 2 13 82,5 | 8452 |
| 116 | $2^2 \times 29$ | 364,42 | 1 05 68, 3 | 7703 | 166 | 2×83 | 521,50 | 2 16 42,4 | 8841 |
| 117 | $3^2 \times 13$ | 367,57 | 1 07 51, 3 | 8167 | 167 | — | 524,65 | 2 19 04,0 | 9228 |
| 118 | 2×59 | 370,71 | 1 09 35, 9 | 8628 | 168 | $2^3 \times 3 \times 7$ | 527,79 | 2 21 67,1 | 9615 |
| 119 | 7×17 | 373,85 | 1 11 22, 0 | 9087 | 169 | 13^2 | 530,93 | 2 24 31,8 | 13 |
| 120 | $2^3 \times 3 \times 5$ | 376,99 | 1 13 09, 7 | 9545 | 170 | $2 \times 5 \times 17$ | 534,07 | 2 26 98,0 | 13,0384 |
| 121 | 11^2 | 380,13 | 1 14 99, 0 | 11 | 171 | $3^2 \times 19$ | 537,21 | 2 29 65,8 | 0767 |
| 122 | 2×61 | 383,27 | 1 16 89, 9 | 11,0454 | 172 | $2^2 \times 43$ | 540,35 | 2 32 35,2 | 1149 |
| 123 | 3×41 | 386,42 | 1 18 82, 3 | 0905 | 173 | — | 543,50 | 2 35 06,2 | 1529 |
| 124 | $2^2 \times 31$ | 389,56 | 1 20 76, 3 | 1355 | 174 | $2 \times 3 \times 29$ | 546,64 | 2 37 78,7 | 1909 |
| 125 | 5^3 | 392,70 | 1 22 71, 8 | 1803 | 175 | $5^2 \times 7$ | 549,78 | 2 40 52,8 | 2288 |
| 126 | $2 \times 3^2 \times 7$ | 395,84 | 1 24 69, 0 | 2250 | 176 | $2^4 \times 11$ | 552,92 | 2 43 28,5 | 2665 |
| 127 | — | 398,98 | 1 26 67, 7 | 2694 | 177 | 3×59 | 556,06 | 2 46 05,7 | 3041 |
| 128 | 2^7 | 402,12 | 1 28 68, 0 | 3137 | 178 | 2×89 | 559,20 | 2 48 84,6 | 3417 |
| 129 | 3×43 | 405,27 | 1 30 69, 8 | 3578 | 179 | — | 562,35 | 2 51 64,9 | 3791 |
| 130 | $2 \times 5 \times 13$ | 408,41 | 1 32 73, 2 | 4018 | 180 | $2^2 \times 3^2 \times 5$ | 565,49 | 2 54 46,9 | 4164 |
| 131 | — | 411,55 | 1 34 78, 2 | 4455 | 181 | — | 568,63 | 2 57 30,4 | 4536 |
| 132 | $2^2 \times 3 \times 11$ | 414,69 | 1 36 84, 8 | 4891 | 182 | $2 \times 7 \times 13$ | 571,77 | 2 60 15,5 | 4907 |
| 133 | 7×19 | 417,83 | 1 38 92, 9 | 5326 | 183 | 3×61 | 574,91 | 2 63 02,2 | 5277 |
| 134 | 2×67 | 420,97 | 1 41 02, 6 | 5758 | 184 | $2^3 \times 23$ | 578,05 | 2 65 90,4 | 5647 |
| 135 | $3^3 \times 5$ | 424,12 | 1 43 13, 9 | 6190 | 185 | 5×37 | 581,19 | 2 68 80,3 | 6015 |
| 136 | $2^3 \times 17$ | 427,26 | 1 45 26, 7 | 6619 | 186 | $2 \times 3 \times 31$ | 584,34 | 2 71 71,6 | 6382 |
| 137 | — | 430,40 | 1 47 41, 1 | 7047 | 187 | 11×17 | 587,48 | 2 74 64,6 | 6748 |
| 138 | $2 \times 3 \times 23$ | 433,54 | 1 49 57, 1 | 7473 | 188 | $2^2 \times 47$ | 590,62 | 2 77 59,1 | 7113 |
| 139 | — | 436,68 | 1 51 74, 7 | 7898 | 189 | $3^3 \times 7$ | 593,76 | 2 80 55,2 | 7477 |
| 140 | $2^2 \times 5 \times 7$ | 439,82 | 1 53 93, 8 | 8322 | 190 | $2 \times 5 \times 19$ | 596,90 | 2 83 52,9 | 7840 |
| 141 | 3×47 | 442,96 | 1 56 14, 5 | 8743 | 191 | — | 600,04 | 2 86 52,1 | 8203 |
| 142 | 2×71 | 446,11 | 1 58 36, 8 | 9164 | 192 | $2^6 \times 3$ | 603,19 | 2 89 52,9 | 8564 |
| 143 | 11×13 | 449,25 | 1 60 60, 6 | 9583 | 193 | — | 606,33 | 2 92 55,3 | 8924 |
| 144 | $2^4 \times 3^2$ | 452,39 | 1 62 86, 0 | 12 | 194 | 2×97 | 609,47 | 2 95 59,2 | 9284 |
| 145 | 5×29 | 455,53 | 1 65 13, 0 | 12,0416 | 195 | $3 \times 5 \times 13$ | 612,61 | 2 98 64,8 | 9642 |
| 146 | 2×73 | 458,67 | 1 67 41, 5 | 0830 | 196 | $2^2 \times 7^2$ | 615,75 | 3 01 71,9 | 14 |
| 147 | 3×7^2 | 461,81 | 1 69 71, 7 | 1244 | 197 | — | 618,89 | 3 04 80,5 | 14,0357 |
| 148 | $2^2 \times 37$ | 464,96 | 1 72 03, 4 | 1655 | 198 | $2 \times 3^2 \times 11$ | 622,04 | 3 07 90,7 | 0712 |
| 149 | — | 468,10 | 1 74 36, 6 | 2066 | 199 | — | 625,18 | 3 11 02,6 | 1067 |
| 150 | $2 \times 3 \times 5^2$ | 471,24 | 1 76 71, 5 | 2474 | 200 | $2^3 \times 5^2$ | 628,32 | 3 14 15,9 | 1421 |

| $n = d$ | Facteur | $\pi \cdot d$ | $\frac{\pi \cdot d^2}{4}$ | \sqrt{n} | $n = d$ | Facteur | $\pi \cdot d$ | $\frac{\pi \cdot d^2}{4}$ | \sqrt{n} |
|------------|--------------------------------|---------------|---------------------------|------------|------------|---------------------------|---------------|---------------------------|------------|
| 200 | $2^3 \times 5^2$ | 628,32 | 3 14 15,9 | 14,1421 | 250 | 2×5^3 | 785,40 | 4 90 87,4 | 15,8114 |
| 201 | 3×67 | 631,46 | 3 17 30,9 | 1774 | 251 | — | 788,54 | 4 94 80,9 | 8430 |
| 202 | 2×101 | 634,60 | 3 20 47,4 | 2127 | 252 | $2^2 \times 3^2 \times 7$ | 791,68 | 4 98 75,9 | 8745 |
| 203 | 7×29 | 637,74 | 3 23 65,5 | 2478 | 253 | 11×23 | 794,82 | 5 02 72,6 | 9060 |
| 204 | $2^2 \times 3 \times 17$ | 640,88 | 3 26 85,1 | 2829 | 254 | 2×127 | 797,96 | 5 06 70,7 | 9374 |
| 205 | 5×41 | 644,03 | 3 30 06,4 | 3178 | 255 | $3 \times 5 \times 17$ | 801,11 | 5 10 70,5 | 9687 |
| 206 | 2×103 | 647,17 | 3 33 29,2 | 3527 | 256 | 2^8 | 804,25 | 5 14 71,9 | 16 |
| 207 | $3^2 \times 23$ | 650,31 | 3 36 53,5 | 3875 | 257 | — | 807,39 | 5 18 74,8 | 16,0312 |
| 208 | $2^4 \times 13$ | 653,45 | 3 39 79,5 | 4222 | 258 | $2 \times 3 \times 43$ | 810,53 | 5 22 79,2 | 0624 |
| 209 | 11×19 | 656,59 | 3 43 07,0 | 4568 | 259 | 7×37 | 813,67 | 5 26 85,3 | 0935 |
| 210 | $2 \times 3 \times 5 \times 7$ | 659,73 | 3 46 36,1 | 4914 | 260 | $2^2 \times 5 \times 13$ | 816,81 | 5 30 92,9 | 1245 |
| 211 | — | 662,88 | 3 49 66,7 | 5258 | 261 | $3^2 \times 29$ | 819,96 | 5 35 02,1 | 1555 |
| 212 | $2^2 \times 53$ | 666,02 | 3 52 98,9 | 5602 | 262 | 2×131 | 823,10 | 5 39 12,9 | 1864 |
| 213 | 3×71 | 669,16 | 3 56 32,7 | 5945 | 263 | — | 826,24 | 5 43 25,2 | 2173 |
| 214 | 2×107 | 672,30 | 3 59 68,1 | 6287 | 264 | $2^3 \times 3 \times 11$ | 829,38 | 5 47 39,1 | 2481 |
| 215 | 5×43 | 675,44 | 3 63 05,0 | 6629 | 265 | 5×53 | 832,52 | 5 51 54,6 | 2788 |
| 216 | $2^3 \times 3^3$ | 678,58 | 3 66 43,5 | 6969 | 266 | $2 \times 7 \times 19$ | 835,66 | 5 55 71,6 | 3095 |
| 217 | 7×31 | 681,73 | 3 69 83,6 | 7309 | 267 | 3×89 | 838,81 | 5 59 90,2 | 3401 |
| 218 | 2×109 | 684,87 | 3 73 25,3 | 7648 | 268 | $2^2 \times 67$ | 841,95 | 5 64 10,4 | 3707 |
| 219 | 3×73 | 688,01 | 3 76 68,5 | 7986 | 269 | — | 845,09 | 5 68 32,2 | 4012 |
| 220 | $2^2 \times 5 \times 11$ | 691,15 | 3 80 13,3 | 8324 | 270 | $2 \times 3^3 \times 5$ | 848,23 | 5 72 55,5 | 4317 |
| 221 | 13×17 | 694,29 | 3 83 59,6 | 8661 | 271 | — | 851,37 | 5 76 80,4 | 4621 |
| 222 | $2 \times 3 \times 37$ | 697,43 | 3 87 07,6 | 8997 | 272 | $2^4 \times 17$ | 854,51 | 5 81 06,9 | 4924 |
| 223 | — | 700,58 | 3 90 57,1 | 9332 | 273 | $3 \times 7 \times 13$ | 857,65 | 5 85 34,9 | 5227 |
| 224 | $2^5 \times 7$ | 703,72 | 3 94 08,1 | 9666 | 274 | 2×137 | 860,80 | 5 89 64,6 | 5529 |
| 225 | $3^2 \times 5^2$ | 706,86 | 3 97 60,8 | 15 | 275 | $5^2 \times 11$ | 863,94 | 5 93 95,7 | 5831 |
| 226 | 2×113 | 710,00 | 4 01 15,0 | 15,0333 | 276 | $2^2 \times 3 \times 23$ | 867,08 | 5 98 28,5 | 6132 |
| 227 | — | 713,14 | 4 04 70,8 | 0665 | 277 | — | 870,22 | 6 02 62,8 | 6433 |
| 228 | $2^2 \times 3 \times 19$ | 716,28 | 4 08 28,1 | 0997 | 278 | 2×139 | 873,36 | 6 06 98,7 | 6733 |
| 229 | — | 719,42 | 4 11 87,1 | 1327 | 279 | $3^2 \times 31$ | 876,50 | 6 11 36,2 | 7033 |
| 230 | $2 \times 5 \times 23$ | 722,57 | 4 15 47,6 | 1658 | 280 | $2^3 \times 5 \times 7$ | 879,65 | 6 15 75,2 | 7332 |
| 231 | $3 \times 7 \times 11$ | 725,71 | 4 19 09,6 | 1987 | 281 | — | 882,79 | 6 20 15,8 | 7631 |
| 232 | $2^3 \times 29$ | 728,85 | 4 22 73,3 | 2315 | 282 | $2 \times 3 \times 47$ | 885,93 | 6 24 58,0 | 7929 |
| 233 | — | 731,99 | 4 26 38,5 | 2643 | 283 | — | 889,07 | 6 29 01,8 | 8226 |
| 234 | $2 \times 3^2 \times 13$ | 735,13 | 4 30 05,3 | 2971 | 284 | $2^2 \times 71$ | 892,21 | 6 33 47,1 | 8523 |
| 235 | 5×47 | 738,27 | 4 33 73,6 | 3297 | 285 | $3 \times 5 \times 19$ | 895,35 | 6 37 94,0 | 8819 |
| 236 | $2^2 \times 59$ | 741,42 | 4 37 43,5 | 3623 | 286 | $2 \times 11 \times 13$ | 898,50 | 6 42 42,4 | 9115 |
| 237 | 3×79 | 744,56 | 4 41 15,0 | 3948 | 287 | 7×41 | 901,64 | 6 46 92,5 | 9411 |
| 238 | $2 \times 7 \times 17$ | 747,70 | 4 44 88,1 | 4272 | 288 | $2^5 \times 3^2$ | 904,78 | 6 51 44,1 | 9706 |
| 239 | — | 750,84 | 4 48 62,7 | 4596 | 289 | 17^2 | 907,92 | 6 55 97,2 | 17 |
| 240 | $2^4 \times 3 \times 5$ | 753,98 | 4 52 38,9 | 4919 | 290 | $2 \times 5 \times 29$ | 911,06 | 6 60 52,0 | 17,0294 |
| 241 | — | 757,12 | 4 56 16,7 | 5242 | 291 | 3×97 | 914,20 | 6 65 08,3 | 0587 |
| 242 | 2×11^2 | 760,27 | 4 59 96,1 | 5563 | 292 | $2^2 \times 73$ | 917,35 | 6 69 66,2 | 0880 |
| 243 | 3^5 | 763,41 | 4 63 77,0 | 5885 | 293 | — | 920,49 | 6 74 25,6 | 1172 |
| 244 | $2^2 \times 61$ | 766,55 | 4 67 59,5 | 6205 | 294 | $2 \times 3 \times 7^2$ | 923,63 | 6 78 86,7 | 1464 |
| 245 | 5×7^2 | 769,69 | 4 71 43,5 | 6525 | 295 | 5×59 | 926,77 | 6 83 49,3 | 1756 |
| 246 | $2 \times 3 \times 41$ | 772,83 | 4 75 29,2 | 6844 | 296 | $2^3 \times 37$ | 929,91 | 6 88 13,4 | 2047 |
| 247 | 13×19 | 775,97 | 4 79 16,4 | 7162 | 297 | $3^3 \times 11$ | 933,05 | 6 92 79,2 | 2337 |
| 248 | $2^3 \times 31$ | 779,11 | 4 83 05,1 | 7480 | 298 | 2×149 | 936,19 | 6 97 46,5 | 2627 |
| 249 | 3×83 | 782,26 | 4 86 95,5 | 7797 | 299 | 13×23 | 939,34 | 7 02 15,4 | 2916 |
| 250 | 2×5^3 | 785,40 | 4 90 87,4 | 8114 | 300 | $2^2 \times 3 \times 5^2$ | 942,48 | 7 06 85,8 | 3205 |

| $n = d$ | Facteur | $\pi \cdot d$ | $\frac{\pi \cdot d^2}{4}$ | \sqrt{n} | $n = d$ | Facteur | $\pi \cdot d$ | $\frac{\pi \cdot d^2}{4}$ | \sqrt{n} |
|---------|---------------------------------|---------------|---------------------------|------------|---------|---------------------------------|---------------|---------------------------|------------|
| 300 | $2^2 \times 3 \times 5^2$ | 942,48 | 7 06 85,8 | 17,3205 | 350 | $2 \times 5^2 \times 7$ | 1099,6 | 9 62 11,3 | 18,7083 |
| 301 | 7×43 | 945,62 | 7 11 57,9 | 3494 | 351 | $3^3 \times 13$ | 1102,7 | 9 67 61,8 | 7350 |
| 302 | 2×151 | 948,76 | 7 16 31,5 | 3781 | 352 | $2^5 \times 11$ | 1105,8 | 9 73 14,0 | 7617 |
| 303 | 3×101 | 951,90 | 7 21 06,6 | 4069 | 353 | — | 1109,0 | 9 78 67,7 | 7883 |
| 304 | $2^4 \times 19$ | 955,04 | 7 25 83,4 | 4356 | 354 | $2 \times 3 \times 59$ | 1112,1 | 9 84 23,0 | 8149 |
| 305 | 5×61 | 958,19 | 7 30 61,7 | 4642 | 355 | 5×71 | 1115,3 | 9 89 79,8 | 8414 |
| 306 | $2 \times 3^2 \times 17$ | 961,33 | 7 35 41,5 | 4929 | 356 | $2^2 \times 89$ | 1118,4 | 9 95 38,2 | 8680 |
| 307 | — | 964,47 | 7 40 23,0 | 5214 | 357 | $3 \times 7 \times 17$ | 1121,5 | 10 00 98 | 8944 |
| 308 | $2^2 \times 7 \times 11$ | 967,61 | 7 45 06,0 | 5499 | 358 | 2×179 | 1124,7 | 10 06 60 | 9209 |
| 309 | 3×103 | 970,75 | 7 49 90,6 | 5784 | 359 | — | 1127,8 | 10 12 23 | 9473 |
| 310 | $2 \times 5 \times 31$ | 973,89 | 7 54 76,8 | 6068 | 360 | $2^3 \times 3^2 \times 5$ | 1131,0 | 10 17 88 | 9737 |
| 311 | — | 977,04 | 7 59 64,5 | 6352 | 361 | 19^2 | 1134,1 | 10 23 54 | 19 |
| 312 | $2^3 \times 3 \times 13$ | 980,18 | 7 64 53,8 | 6635 | 362 | 2×181 | 1137,3 | 10 29 22 | 19 0263 |
| 313 | — | 983,32 | 7 69 44,7 | 6918 | 363 | 3×11^2 | 1140,4 | 10 34 91 | 0526 |
| 314 | 2×157 | 986,46 | 7 74 37,1 | 7200 | 364 | $2^2 \times 7 \times 13$ | 1143,5 | 10 40 62 | 0788 |
| 315 | $3^2 \times 5 \times 7$ | 989,60 | 7 79 31,1 | 7482 | 365 | 5×73 | 1146,7 | 10 46 35 | 1050 |
| 316 | $2^2 \times 79$ | 992,74 | 7 84 26,7 | 7764 | 366 | $2 \times 3 \times 61$ | 1149,8 | 10 52 09 | 1311 |
| 317 | — | 995,88 | 7 89 23,9 | 8045 | 367 | — | 1153,0 | 10 57 84 | 1572 |
| 318 | $2 \times 3 \times 53$ | 999,03 | 7 94 22,6 | 8326 | 368 | $2^4 \times 23$ | 1156,1 | 10 63 62 | 1833 |
| 319 | 11×29 | 1002,2 | 7 99 22,9 | 8606 | 369 | $3^2 \times 41$ | 1159,2 | 10 69 41 | 2094 |
| 320 | $2^6 \times 5$ | 1005,3 | 8 04 24,8 | 8885 | 370 | $2 \times 5 \times 37$ | 1162,4 | 10 75 21 | 2354 |
| 321 | 3×107 | 1008,5 | 8 09 28,2 | 9165 | 371 | 7×53 | 1165,5 | 10 81 03 | 2614 |
| 322 | $2 \times 7 \times 23$ | 1011,6 | 8 14 33,2 | 9444 | 372 | $2^2 \times 3 \times 31$ | 1168,7 | 10 86 87 | 2873 |
| 323 | 17×19 | 1014,7 | 8 19 39,8 | 9722 | 373 | — | 1171,8 | 10 92 72 | 3132 |
| 324 | $2^2 \times 3^4$ | 1017,9 | 8 24 48,0 | 18 | 374 | $2 \times 11 \times 17$ | 1175,0 | 10 98 58 | 3391 |
| 325 | $5^2 \times 13$ | 1021,0 | 8 29 57,7 | 18,0278 | 375 | 3×5^3 | 1178,1 | 11 04 47 | 3649 |
| 326 | 2×163 | 1024,2 | 8 34 69,0 | 0555 | 376 | $2^3 \times 47$ | 1181,2 | 11 10 36 | 3907 |
| 327 | 3×109 | 1027,3 | 8 39 81,8 | 0831 | 377 | 13×29 | 1184,4 | 11 16 28 | 4165 |
| 328 | $2^3 \times 41$ | 1030,4 | 8 44 96,3 | 1108 | 378 | $2 \times 3^3 \times 7$ | 1187,5 | 11 22 21 | 4422 |
| 329 | 7×47 | 1033,6 | 8 50 12,3 | 1384 | 379 | — | 1190,7 | 11 28 15 | 4679 |
| 330 | $2 \times 3 \times 5 \times 11$ | 1036,7 | 8 55 29,9 | 1659 | 380 | $2^2 \times 5 \times 19$ | 1193,8 | 11 34 11 | 4936 |
| 331 | — | 1039,9 | 8 60 49,0 | 1934 | 381 | 3×127 | 1196,9 | 11 40 09 | 5192 |
| 332 | $2^2 \times 83$ | 1043,0 | 8 65 69,7 | 2209 | 382 | 2×191 | 1200,1 | 11 46 08 | 5448 |
| 333 | $3^2 \times 37$ | 1046,2 | 8 70 92,0 | 2483 | 383 | — | 1203,2 | 11 52 09 | 5704 |
| 334 | 2×167 | 1049,3 | 8 76 15,9 | 2757 | 384 | $2^7 \times 3$ | 1206,4 | 11 58 12 | 5959 |
| 335 | 5×67 | 1052,4 | 8 81 41,3 | 3030 | 385 | $5 \times 7 \times 11$ | 1209,5 | 11 64 16 | 6214 |
| 336 | $2^4 \times 3 \times 7$ | 1055,6 | 8 86 68,3 | 3303 | 386 | 2×193 | 1212,7 | 11 70 21 | 6469 |
| 337 | — | 1058,7 | 8 91 96,9 | 3576 | 387 | $3^2 \times 43$ | 1215,8 | 11 76 28 | 6723 |
| 338 | 2×13^2 | 1061,9 | 8 97 27,0 | 3848 | 388 | $2^2 \times 97$ | 1218,9 | 11 82 37 | 6977 |
| 339 | 3×113 | 1065,0 | 9 02 58,7 | 4120 | 389 | — | 1222,1 | 11 88 47 | 7231 |
| 340 | $2^2 \times 5 \times 17$ | 1068,1 | 9 07 92,0 | 4391 | 390 | $2 \times 3 \times 5 \times 13$ | 1225,2 | 11 94 59 | 7484 |
| 341 | 11×31 | 1071,3 | 9 13 26,9 | 4662 | 391 | 17×23 | 1228,4 | 12 00 72 | 7737 |
| 342 | $2 \times 3^2 \times 19$ | 1074,4 | 9 18 63,3 | 4932 | 392 | $2^3 \times 7^2$ | 1231,5 | 12 06 87 | 7990 |
| 343 | 7^3 | 1077,6 | 9 24 01,3 | 5203 | 393 | 3×131 | 1234,6 | 12 13 04 | 8242 |
| 344 | $2^3 \times 43$ | 1080,7 | 9 29 40,9 | 5472 | 394 | 2×197 | 1237,8 | 12 19 22 | 8494 |
| 345 | $3 \times 5 \times 23$ | 1083,8 | 9 34 82,0 | 5742 | 395 | 5×79 | 1240,9 | 12 25 42 | 8746 |
| 346 | 2×173 | 1087,0 | 9 40 24,7 | 6011 | 396 | $2^2 \times 3^2 \times 11$ | 1244,1 | 12 31 63 | 8997 |
| 347 | — | 1090,1 | 9 45 69,0 | 6279 | 397 | — | 1247,2 | 12 37 86 | 9249 |
| 348 | $2^2 \times 3 \times 29$ | 1093,3 | 9 51 14,9 | 6548 | 398 | 2×199 | 1250,4 | 12 44 10 | 9499 |
| 349 | — | 1096,4 | 9 56 62,3 | 6815 | 399 | $3 \times 7 \times 19$ | 1253,5 | 12 50 36 | 9750 |
| 350 | $2 \times 5^2 \times 7$ | 1099,6 | 9 62 11,3 | 7083 | 400 | $2^4 \times 5^2$ | 1256,6 | 12 56 64 | 20 |

| $n = d$ | Facteur | $\pi \cdot d$ | $\frac{\pi \cdot d^2}{4}$ | \sqrt{n} | $n = d$ | Facteur | $\pi \cdot d$ | $\frac{\pi \cdot d^2}{4}$ | \sqrt{n} |
|------------|----------------------------------|---------------|---------------------------|------------|------------|---------------------------------|---------------|---------------------------|------------|
| 400 | $2^4 \times 5^2$ | 1256,6 | 12 56 64 | 20 | 450 | $2 \times 3^2 \times 5^2$ | 1413,7 | 15 90 43 | 21,2132 |
| 401 | — | 1259,8 | 12 62 93 | 20,0250 | 451 | 11×41 | 1416,9 | 15 97 51 | 2368 |
| 402 | $2 \times 3 \times 67$ | 1262,9 | 12 69 23 | 0499 | 452 | $2^2 \times 113$ | 1420,0 | 16 04 60 | 2603 |
| 403 | 13×31 | 1266,1 | 12 75 56 | 0749 | 453 | 3×151 | 1423,1 | 16 11 71 | 2838 |
| 404 | $2^2 \times 101$ | 1269,2 | 12 81 90 | 0998 | 454 | 2×227 | 1426,3 | 16 18 83 | 3073 |
| 405 | $3^4 \times 5$ | 1272,3 | 12 88 25 | 1246 | 455 | $5 \times 7 \times 13$ | 1429,4 | 16 25 97 | 3307 |
| 406 | $2 \times 7 \times 29$ | 1275,5 | 12 94 62 | 1494 | 456 | $2^3 \times 3 \times 19$ | 1432,6 | 16 33 13 | 3542 |
| 407 | 11×37 | 1278,6 | 13 01 00 | 1742 | 457 | — | 1435,7 | 16 40 30 | 3776 |
| 408 | $2^3 \times 3 \times 17$ | 1281,8 | 13 07 41 | 1990 | 458 | 2×229 | 1438,8 | 16 47 48 | 4009 |
| 409 | — | 1284,9 | 13 13 82 | 2237 | 459 | $3^3 \times 17$ | 1442,0 | 16 54 68 | 4243 |
| 410 | $2 \times 5 \times 41$ | 1288,1 | 13 20 25 | 2485 | 460 | $2^2 \times 5 \times 23$ | 1445,1 | 16 61 90 | 4476 |
| 411 | 3×137 | 1291,2 | 13 26 70 | 2731 | 461 | — | 1448,3 | 16 69 14 | 4709 |
| 412 | $2^2 \times 103$ | 1294,3 | 13 33 17 | 2978 | 462 | $2 \times 3 \times 7 \times 11$ | 1451,4 | 16 76 39 | 4942 |
| 413 | 7×59 | 1297,5 | 13 39 65 | 3224 | 463 | — | 1454,6 | 16 83 65 | 5174 |
| 414 | $2 \times 3^2 \times 23$ | 1300,6 | 13 46 14 | 3470 | 464 | $2^4 \times 29$ | 1457,7 | 16 90 93 | 5407 |
| 415 | 5×83 | 1303,8 | 13 52 65 | 3715 | 465 | $3 \times 5 \times 31$ | 1460,8 | 16 98 23 | 5639 |
| 416 | $2^5 \times 13$ | 1306,9 | 13 59 18 | 3961 | 466 | 2×233 | 1464,0 | 17 05 54 | 5870 |
| 417 | 3×139 | 1310,0 | 13 65 72 | 4206 | 467 | — | 1467,1 | 17 12 87 | 6102 |
| 418 | $2 \times 11 \times 19$ | 1313,2 | 13 72 28 | 4450 | 468 | $2^2 \times 3^2 \times 13$ | 1470,3 | 17 20 21 | 6333 |
| 419 | — | 1316,3 | 13 78 85 | 4695 | 469 | 7×67 | 1473,4 | 17 27 57 | 6564 |
| 420 | $2^3 \times 3 \times 5 \times 7$ | 1319,5 | 13 85 44 | 4939 | 470 | $2 \times 5 \times 47$ | 1476,5 | 17 34 94 | 6795 |
| 421 | — | 1322,6 | 13 92 05 | 5183 | 471 | 3×157 | 1479,7 | 17 42 34 | 7025 |
| 422 | 2×211 | 1325,8 | 13 98 67 | 5426 | 472 | $2^3 \times 59$ | 1482,8 | 17 49 74 | 7256 |
| 423 | $3^2 \times 47$ | 1328,9 | 14 05 31 | 5670 | 473 | 11×43 | 1486,0 | 17 57 16 | 7486 |
| 424 | $2^3 \times 53$ | 1332,0 | 14 11 96 | 5913 | 474 | $2 \times 3 \times 79$ | 1489,1 | 17 64 60 | 7715 |
| 425 | $5^2 \times 17$ | 1335,2 | 14 18 63 | 6155 | 475 | $5^2 \times 19$ | 1492,3 | 17 72 05 | 7945 |
| 426 | $2 \times 3 \times 71$ | 1338,3 | 14 25 31 | 6398 | 476 | $2^2 \times 7 \times 17$ | 1495,4 | 17 79 52 | 8174 |
| 427 | 7×61 | 1341,5 | 14 32 01 | 6640 | 477 | $3^2 \times 53$ | 1498,5 | 17 87 01 | 8403 |
| 428 | $2^2 \times 107$ | 1344,6 | 14 38 72 | 6882 | 478 | 2×239 | 1501,7 | 17 94 51 | 8632 |
| 429 | $3 \times 11 \times 13$ | 1347,7 | 14 45 45 | 7123 | 479 | — | 1504,8 | 18 02 03 | 8861 |
| 430 | $2 \times 5 \times 43$ | 1350,9 | 14 52 20 | 7364 | 480 | $2^5 \times 3 \times 5$ | 1508,0 | 18 09 56 | 9089 |
| 431 | — | 1354,0 | 14 58 96 | 7605 | 481 | 13×37 | 1511,1 | 18 17 11 | 9317 |
| 432 | $2^4 \times 3^3$ | 1357,2 | 14 65 74 | 7846 | 482 | 2×241 | 1514,2 | 18 24 67 | 9545 |
| 433 | — | 1360,3 | 14 72 54 | 8087 | 483 | $3 \times 7 \times 23$ | 1517,4 | 18 32 25 | 9773 |
| 434 | $2 \times 7 \times 31$ | 1363,5 | 14 79 34 | 8327 | 484 | $2^2 \times 11^2$ | 1520,5 | 18 39 84 | 22 |
| 435 | $3 \times 5 \times 29$ | 1366,6 | 14 86 17 | 8567 | 485 | 5×97 | 1523,7 | 18 47 45 | 22,0227 |
| 436 | $2^2 \times 109$ | 1369,7 | 14 93 01 | 8806 | 486 | 2×3^5 | 1526,8 | 18 55 08 | 0454 |
| 437 | 19×23 | 1372,9 | 14 99 87 | 9045 | 487 | — | 1530,0 | 18 62 72 | 0681 |
| 438 | $2 \times 3 \times 73$ | 1376,0 | 15 06 74 | 9284 | 488 | $2^3 \times 61$ | 1533,1 | 18 70 38 | 0907 |
| 439 | — | 1379,2 | 15 13 63 | 9523 | 489 | 3×163 | 1536,2 | 18 78 05 | 1133 |
| 440 | $2^3 \times 5 \times 11$ | 1382,3 | 15 20 53 | 9762 | 490 | $2 \times 5 \times 7^2$ | 1539,4 | 18 85 74 | 1359 |
| 441 | $3^2 \times 7^2$ | 1385,4 | 15 27 45 | 21 | 491 | — | 1542,5 | 18 93 45 | 1585 |
| 442 | $2 \times 13 \times 17$ | 1388,6 | 15 34 39 | 21,0238 | 492 | $2^2 \times 3 \times 41$ | 1545,7 | 19 01 17 | 1811 |
| 443 | — | 1391,7 | 15 41 34 | 0476 | 493 | 17×29 | 1548,8 | 19 08 90 | 2036 |
| 444 | $2^2 \times 3 \times 37$ | 1394,9 | 15 48 30 | 0713 | 494 | $2 \times 13 \times 19$ | 1551,9 | 19 16 65 | 2261 |
| 445 | 5×89 | 1398,0 | 15 55 28 | 0950 | 495 | $3^2 \times 5 \times 11$ | 1555,1 | 19 24 42 | 2486 |
| 446 | 2×223 | 1401,2 | 15 62 28 | 1187 | 496 | $2^4 \times 31$ | 1558,2 | 19 32 21 | 2711 |
| 447 | 3×149 | 1404,3 | 15 69 30 | 1424 | 497 | 7×71 | 1561,4 | 19 40 00 | 2935 |
| 448 | $2^6 \times 7$ | 1407,4 | 15 76 33 | 1660 | 498 | $2 \times 3 \times 83$ | 1564,5 | 19 47 82 | 3159 |
| 449 | — | 1410,6 | 15 83 37 | 1896 | 499 | — | 1567,7 | 19 55 65 | 3383 |
| 450 | $2 \times 3^2 \times 5^2$ | 1413,7 | 15 90 43 | 2132 | 500 | $2^2 \times 5^3$ | 1570,8 | 19 63 50 | 3607 |

| $n = d$ | Facteur | $\pi \cdot d$ | $\frac{\pi \cdot d^2}{4}$ | \sqrt{n} | $n = d$ | Facteur | $\pi \cdot d$ | $\frac{\pi \cdot d^2}{4}$ | \sqrt{n} |
|---------|---------------------------------|---------------|---------------------------|------------|---------|---------------------------------|---------------|---------------------------|------------|
| 500 | $2^2 \times 5^3$ | 1570,8 | 19 63 50 | 22,3607 | 550 | $2 \times 5^2 \times 11$ | 1727,9 | 23 75 83 | 23,4521 |
| 501 | 3×167 | 1573,9 | 19 71 36 | 3830 | 551 | 19×29 | 1731,0 | 23 84 48 | 4734 |
| 502 | 2×251 | 1577,1 | 19 79 23 | 4054 | 552 | $2^3 \times 3 \times 23$ | 1734,2 | 23 93 14 | 4947 |
| 503 | — | 1580,2 | 19 87 13 | 4277 | 553 | 7×79 | 1737,3 | 24 01 82 | 5160 |
| 504 | $2^3 \times 3^2 \times 7$ | 1583,4 | 19 95 04 | 4499 | 554 | 2×277 | 1740,4 | 24 10 51 | 5372 |
| 505 | 5×101 | 1586,5 | 20 02 96 | 4722 | 555 | $3 \times 5 \times 37$ | 1743,6 | 24 19 22 | 5584 |
| 506 | $2 \times 11 \times 23$ | 1589,6 | 20 10 90 | 4944 | 556 | $2^2 \times 139$ | 1746,7 | 24 27 95 | 5797 |
| 507 | 3×13^2 | 1592,8 | 20 18 86 | 5167 | 557 | — | 1749,9 | 24 36 69 | 6008 |
| 508 | $2^2 \times 127$ | 1595,9 | 20 26 83 | 5389 | 558 | $2 \times 3^2 \times 31$ | 1753,0 | 24 45 45 | 6220 |
| 509 | — | 1599,1 | 20 34 82 | 5610 | 559 | 13×43 | 1756,2 | 24 54 22 | 6432 |
| 510 | $2 \times 3 \times 5 \times 17$ | 1602,2 | 20 42 82 | 5832 | 560 | $2^4 \times 5 \times 7$ | 1759,3 | 24 63 01 | 6643 |
| 511 | 7×73 | 1605,4 | 20 50 84 | 6053 | 561 | $3 \times 11 \times 17$ | 1762,4 | 24 71 81 | 6854 |
| 512 | 2^9 | 1608,5 | 20 58 87 | 6274 | 562 | 2×281 | 1765,6 | 24 80 63 | 7065 |
| 513 | $3^3 \times 19$ | 1611,6 | 20 66 92 | 6495 | 563 | — | 1768,7 | 24 89 47 | 7276 |
| 514 | 2×257 | 1614,8 | 20 74 99 | 6716 | 564 | $2^2 \times 3 \times 47$ | 1771,9 | 24 98 32 | 7487 |
| 515 | 5×103 | 1617,9 | 20 83 07 | 6936 | 565 | 5×113 | 1775,0 | 25 07 19 | 7697 |
| 516 | $2^2 \times 3 \times 43$ | 1621,1 | 20 91 17 | 7156 | 566 | 2×283 | 1778,1 | 25 16 07 | 7908 |
| 517 | 11×47 | 1624,2 | 20 99 28 | 7376 | 567 | $3^4 \times 7$ | 1781,3 | 25 24 97 | 8118 |
| 518 | $2 \times 7 \times 37$ | 1627,3 | 21 07 41 | 7596 | 568 | $2^3 \times 71$ | 1784,4 | 25 33 88 | 8328 |
| 519 | 3×173 | 1630,5 | 21 15 56 | 7816 | 569 | — | 1787,6 | 25 42 81 | 8537 |
| 520 | $2^3 \times 5 \times 13$ | 1633,6 | 21 23 72 | 8035 | 570 | $2 \times 3 \times 5 \times 19$ | 1790,7 | 25 51 76 | 8747 |
| 521 | — | 1636,8 | 21 31 89 | 8254 | 571 | — | 1793,8 | 25 60 72 | 8956 |
| 522 | $2 \times 3^2 \times 29$ | 1639,9 | 21 40 08 | 8473 | 572 | $2^2 \times 11 \times 13$ | 1797,0 | 25 69 70 | 9165 |
| 523 | — | 1643,1 | 21 48 29 | 8692 | 573 | 3×191 | 1800,1 | 25 78 69 | 9374 |
| 524 | $2^2 \times 131$ | 1646,2 | 21 56 51 | 8910 | 574 | $2 \times 7 \times 41$ | 1803,3 | 25 87 70 | 9583 |
| 525 | $3 \times 5^2 \times 7$ | 1649,3 | 21 64 75 | 9129 | 575 | $5^2 \times 23$ | 1806,4 | 25 96 72 | 9792 |
| 526 | 2×263 | 1652,5 | 21 73 01 | 9347 | 576 | $2^6 \times 3^2$ | 1809,6 | 26 05 76 | 24 9924 |
| 527 | 17×31 | 1655,6 | 21 81 28 | 9565 | 577 | — | 1812,7 | 26 14 82 | 24 0208 |
| 528 | $2^4 \times 3 \times 11$ | 1658,8 | 21 89 56 | 9783 | 578 | 2×17^2 | 1815,8 | 26 23 89 | 0416 |
| 529 | 23^2 | 1661,9 | 21 97 87 | 23 9783 | 579 | 3×193 | 1819,0 | 26 32 98 | 0624 |
| 530 | $2 \times 5 \times 53$ | 1665,0 | 22 06 18 | 23 0217 | 580 | $2^2 \times 5 \times 29$ | 1822,1 | 26 42 08 | 0832 |
| 531 | $3^2 \times 59$ | 1668,2 | 22 14 52 | 0434 | 581 | 7×83 | 1825,3 | 26 51 20 | 1039 |
| 532 | $2^2 \times 7 \times 19$ | 1671,3 | 22 22 87 | 0651 | 582 | $2 \times 3 \times 97$ | 1828,4 | 26 60 33 | 1247 |
| 533 | 13×41 | 1674,5 | 22 31 23 | 0868 | 583 | 11×53 | 1831,5 | 26 69 48 | 1454 |
| 534 | $2 \times 3 \times 89$ | 1677,6 | 22 39 61 | 1084 | 584 | $2^3 \times 73$ | 1834,7 | 26 78 65 | 1661 |
| 535 | 5×107 | 1680,8 | 22 48 01 | 1301 | 585 | $3^2 \times 5 \times 13$ | 1837,8 | 26 87 83 | 1868 |
| 536 | $2^3 \times 67$ | 1683,9 | 22 56 42 | 1517 | 586 | 2×293 | 1841,0 | 26 97 03 | 2074 |
| 537 | 3×179 | 1687,0 | 22 64 84 | 1733 | 587 | — | 1844,1 | 27 06 24 | 2281 |
| 538 | 2×269 | 1690,2 | 22 73 29 | 1948 | 588 | $2^2 \times 3 \times 7^2$ | 1847,3 | 27 15 47 | 2487 |
| 539 | $7^2 \times 11$ | 1693,3 | 22 81 75 | 2164 | 589 | 19×31 | 1850,4 | 27 24 71 | 2693 |
| 540 | $2^2 \times 3^3 \times 5$ | 1696,5 | 22 90 22 | 2379 | 590 | $2 \times 5 \times 59$ | 1853,5 | 27 33 97 | 2899 |
| 541 | — | 1699,6 | 22 98 71 | 2594 | 591 | 3×197 | 1856,7 | 27 43 25 | 3105 |
| 542 | 2×271 | 1702,7 | 23 07 22 | 2809 | 592 | $2^4 \times 37$ | 1859,8 | 27 52 54 | 3311 |
| 543 | 3×181 | 1705,9 | 23 15 74 | 3024 | 593 | — | 1863,0 | 27 61 84 | 3516 |
| 544 | $2^5 \times 17$ | 1709,0 | 23 24 28 | 3238 | 594 | $2 \times 3^3 \times 11$ | 1866,1 | 27 71 17 | 3721 |
| 545 | 5×109 | 1712,2 | 23 32 83 | 3452 | 595 | $5 \times 7 \times 17$ | 1869,2 | 27 80 51 | 3926 |
| 546 | $2 \times 3 \times 7 \times 13$ | 1715,3 | 23 41 40 | 3666 | 596 | $2^2 \times 149$ | 1872,4 | 27 89 86 | 4131 |
| 547 | — | 1718,5 | 23 49 98 | 3880 | 597 | 3×199 | 1875,5 | 27 99 23 | 4336 |
| 548 | $2^2 \times 137$ | 1721,6 | 23 58 58 | 4094 | 598 | $2 \times 13 \times 23$ | 1878,7 | 28 08 62 | 4540 |
| 549 | $3^2 \times 61$ | 1724,7 | 23 67 20 | 4307 | 599 | — | 1881,8 | 28 18 02 | 4745 |
| 550 | $2 \times 5^2 \times 11$ | 1727,9 | 23 75 83 | 4521 | 600 | $2^3 \times 3 \times 5^2$ | 1885,0 | 28 27 43 | 4949 |

| $n = d$ | Facteur | $\pi \cdot d$ | $\frac{\pi \cdot d^2}{4}$ | \sqrt{n} | $n = d$ | Facteur | $\pi \cdot d$ | $\frac{\pi \cdot d^2}{4}$ | \sqrt{n} |
|------------|----------------------------------|---------------|---------------------------|-------------|------------|-----------------------------------|---------------|---------------------------|------------|
| 600 | $2^3 \times 3 \times 5^2$ | 1885,0 | 28 27 43 | 24,4949 | 650 | $2 \times 5^2 \times 13$ | 2042,0 | 33 18 31 | 25,4951 |
| 601 | — | 1888,1 | 28 36 87 | 5153 | 651 | $3 \times 7 \times 31$ | 2045,2 | 33 28 53 | 5147 |
| 602 | $2 \times 7 \times 43$ | 1891,2 | 28 46 31 | 5357 | 652 | $2^2 \times 163$ | 2048,3 | 33 38 76 | 5343 |
| 603 | $3^2 \times 67$ | 1894,4 | 28 55 78 | 5561 | 653 | — | 2051,5 | 33 49 01 | 5539 |
| 604 | $2^2 \times 151$ | 1897,5 | 28 65 26 | 5764 | 654 | $2 \times 3 \times 109$ | 2054,6 | 33 59 27 | 5734 |
| 605 | 5×11^2 | 1900,7 | 28 74 75 | 5967 | 655 | 5×131 | 2057,7 | 33 69 55 | 5930 |
| 606 | $2 \times 3 \times 101$ | 1903,8 | 28 84 26 | 6171 | 656 | $2^4 \times 41$ | 2060,9 | 33 79 85 | 6125 |
| 607 | — | 1906,9 | 28 93 79 | 6374 | 657 | $3^2 \times 73$ | 2064,0 | 33 90 16 | 6320 |
| 608 | $2^5 \times 19$ | 1910,1 | 29 03 33 | 6577 | 658 | $2 \times 7 \times 47$ | 2067,2 | 34 00 49 | 6515 |
| 609 | $3 \times 7 \times 29$ | 1913,2 | 29 12 89 | 6779 | 659 | — | 2070,3 | 34 10 83 | 6710 |
| 610 | $2 \times 5 \times 61$ | 1916,4 | 29 22 47 | 6982 | 660 | $2^2 \times 3 \times 5 \times 11$ | 2073,5 | 34 21 19 | 6905 |
| 611 | 13×47 | 1919,5 | 29 32 06 | 7184 | 661 | — | 2076,6 | 34 31 57 | 7099 |
| 612 | $2^2 \times 3^2 \times 17$ | 1922,7 | 29 41 66 | 7386 | 662 | 2×331 | 2079,7 | 34 41 96 | 7294 |
| 613 | — | 1925,8 | 29 51 28 | 7588 | 663 | $3 \times 13 \times 17$ | 2082,9 | 34 52 37 | 7488 |
| 614 | 2×307 | 1928,9 | 29 60 92 | 7790 | 664 | $2^3 \times 83$ | 2086,0 | 34 62 79 | 7682 |
| 615 | $3 \times 5 \times 41$ | 1932,1 | 29 70 57 | 7992 | 665 | $5 \times 7 \times 19$ | 2089,2 | 34 73 23 | 7876 |
| 616 | $2^3 \times 7 \times 11$ | 1935,2 | 29 80 24 | 8193 | 666 | $2 \times 3^2 \times 37$ | 2092,3 | 34 83 68 | 8070 |
| 617 | — | 1938,4 | 29 89 92 | 8395 | 667 | $2^3 \times 29$ | 2095,4 | 34 94 15 | 8263 |
| 618 | $2 \times 3 \times 103$ | 1941,5 | 29 99 62 | 8596 | 668 | $2^2 \times 167$ | 2098,6 | 35 04 64 | 8457 |
| 619 | — | 1944,6 | 30 09 34 | 8797 | 669 | 3×223 | 2101,7 | 35 15 14 | 8650 |
| 620 | $2^2 \times 5 \times 31$ | 1947,8 | 30 19 07 | 8998 | 670 | $2 \times 5 \times 67$ | 2104,9 | 35 25 65 | 8844 |
| 621 | $3^3 \times 23$ | 1950,9 | 30 28 82 | 9199 | 671 | 11×61 | 2108,0 | 35 36 18 | 9037 |
| 622 | 2×311 | 1954,1 | 30 38 58 | 9399 | 672 | $2^5 \times 3 \times 7$ | 2111,2 | 35 46 73 | 9230 |
| 623 | 7×89 | 1957,2 | 30 48 36 | 9600 | 673 | — | 2114,3 | 35 57 30 | 9422 |
| 624 | $2^4 \times 3 \times 13$ | 1960,4 | 30 58 15 | 9800 | 674 | 2×337 | 2117,4 | 35 67 88 | 9615 |
| 625 | 5^4 | 1963,5 | 30 67 96 | 25 | 675 | $3^3 \times 5^2$ | 2120,6 | 35 78 47 | 9808 |
| 626 | 2×313 | 1966,6 | 30 77 79 | 25,0200 | 676 | $2^2 \times 13^2$ | 2123,7 | 35 89 08 | 26 |
| 627 | $3 \times 11 \times 19$ | 1969,8 | 30 87 63 | 0400 | 677 | — | 2126,9 | 35 99 71 | 26,0192 |
| 628 | $2^2 \times 157$ | 1972,9 | 30 97 48 | 0599 | 678 | $2 \times 3 \times 113$ | 2130,0 | 36 10 35 | 0384 |
| 629 | 17×37 | 1976,1 | 31 07 36 | 0799 | 679 | 7×97 | 2133,1 | 36 21 01 | 0576 |
| 630 | $2 \times 3^2 \times 5 \times 7$ | 1979,2 | 31 17 25 | 0998 | 680 | $2^3 \times 5 \times 17$ | 2136,3 | 36 31 68 | 0768 |
| 631 | — | 1982,3 | 31 27 15 | 1197 | 681 | 3×227 | 2139,4 | 36 42 37 | 0960 |
| 632 | $2^3 \times 79$ | 1985,5 | 31 37 07 | 1396 | 682 | $2 \times 11 \times 31$ | 2142,6 | 36 53 08 | 1151 |
| 633 | 3×211 | 1988,6 | 31 47 00 | 1595 | 683 | — | 2145,7 | 36 63 80 | 1343 |
| 634 | 2×317 | 1991,8 | 31 56 96 | 1794 | 684 | $2^2 \times 3^2 \times 19$ | 2148,8 | 36 74 53 | 1534 |
| 635 | 5×127 | 1994,9 | 31 66 92 | 1992 | 685 | 5×137 | 2152,0 | 36 85 28 | 1725 |
| 636 | $2^2 \times 3 \times 53$ | 1998,1 | 31 76 90 | 2190 | 686 | 2×7^3 | 2155,1 | 36 96 05 | 1916 |
| 637 | $7^2 \times 13$ | 2001,2 | 31 86 90 | 2389 | 687 | 3×229 | 2158,3 | 37 06 84 | 2107 |
| 638 | $2 \times 11 \times 29$ | 2004,3 | 31 96 92 | 2587 | 688 | $2^4 \times 43$ | 2161,4 | 37 17 64 | 2298 |
| 639 | $3^2 \times 71$ | 2007,5 | 32 06 95 | 2784 | 689 | 13×53 | 2164,6 | 37 28 45 | 2488 |
| 640 | $2^7 \times 5$ | 2010,6 | 32 16 99 | 2982 | 690 | $2 \times 3 \times 5 \times 23$ | 2167,7 | 37 39 28 | 2679 |
| 641 | — | 2013,8 | 32 27 05 | 3180 | 691 | — | 2170,8 | 37 50 13 | 2869 |
| 642 | $2 \times 3 \times 107$ | 2016,9 | 32 37 13 | 3377 | 692 | $2^2 \times 173$ | 2174,0 | 37 60 99 | 3059 |
| 643 | — | 2020,0 | 32 47 22 | 3574 | 693 | $3^2 \times 7 \times 11$ | 2177,1 | 37 71 87 | 3249 |
| 644 | $2^2 \times 7 \times 23$ | 2023,2 | 32 57 33 | 3772 | 694 | 2×347 | 2180,3 | 37 82 76 | 3439 |
| 645 | $3 \times 5 \times 43$ | 2026,3 | 32 67 45 | 3969 | 695 | 5×139 | 2183,4 | 37 93 67 | 3629 |
| 646 | $2 \times 17 \times 19$ | 2029,5 | 32 77 59 | 4165 | 696 | $2^3 \times 3 \times 29$ | 2186,5 | 38 04 59 | 3818 |
| 647 | — | 2032,6 | 32 87 75 | 4362 | 697 | 17×41 | 2189,7 | 38 15 53 | 4008 |
| 648 | $2^3 \times 3^4$ | 2035,8 | 32 97 92 | 4558 | 698 | 2×349 | 2192,8 | 38 26 49 | 4197 |
| 649 | 11×59 | 2038,9 | 33 08 10 | 4755 | 699 | 3×233 | 2196,0 | 38 37 46 | 4386 |
| 650 | $2 \times 5^2 \times 13$ | 2042,0 | 33 18 31 | 4951 | 700 | $2^2 \times 5^2 \times 7$ | 2199,1 | 38 48 45 | 4575 |

| $n = d$ | Facteur | $\pi \cdot d$ | $\frac{\pi \cdot d^2}{4}$ | \sqrt{n} | $n = d$ | Facteur | $\pi \cdot d$ | $\frac{\pi \cdot d^2}{4}$ | \sqrt{n} |
|------------|---------------------------------|---------------|---------------------------|------------|------------|-----------------------------------|---------------|---------------------------|------------|
| 700 | $2^2 \times 5^2 \times 7$ | 2199,1 | 38 48 45 | 26,4575 | 750 | $2 \times 3 \times 5^3$ | 2356,2 | 44 17 86 | 27,3861 |
| 701 | — | 2202,3 | 38 59 45 | 4764 | 751 | — | 2359,3 | 44 29 65 | 4044 |
| 702 | $2 \times 3^3 \times 13$ | 2205,4 | 38 70 47 | 4953 | 752 | $2^4 \times 47$ | 2362,5 | 44 41 46 | 4226 |
| 703 | 19×37 | 2208,5 | 38 81 51 | 5141 | 753 | 3×251 | 2365,6 | 44 53 28 | 4408 |
| 704 | $2^6 \times 11$ | 2211,7 | 38 92 56 | 5330 | 754 | $2 \times 13 \times 29$ | 2368,8 | 44 65 11 | 4591 |
| 705 | $3 \times 5 \times 47$ | 2214,8 | 39 03 63 | 5518 | 755 | 5×151 | 2371,9 | 44 76 97 | 4773 |
| 706 | 2×353 | 2218,0 | 39 14 71 | 5707 | 756 | $2^2 \times 3^3 \times 7$ | 2375,0 | 44 88 83 | 4955 |
| 707 | 7×101 | 2221,1 | 39 25 80 | 5895 | 757 | — | 2378,2 | 45 00 72 | 5136 |
| 708 | $2^2 \times 3 \times 59$ | 2224,2 | 39 36 92 | 6083 | 758 | 2×379 | 2381,3 | 45 12 62 | 5318 |
| 709 | — | 2227,4 | 39 48 05 | 6271 | 759 | $3 \times 11 \times 23$ | 2384,5 | 45 24 53 | 5500 |
| 710 | $2 \times 5 \times 71$ | 2230,5 | 39 59 19 | 6458 | 760 | $2^3 \times 5 \times 19$ | 2387,6 | 45 36 46 | 5681 |
| 711 | $3^2 \times 79$ | 2233,7 | 39 70 35 | 6646 | 761 | — | 2390,8 | 45 48 41 | 5862 |
| 712 | $2^3 \times 89$ | 2236,8 | 39 81 53 | 6833 | 762 | $2 \times 3 \times 127$ | 2393,9 | 45 60 37 | 6043 |
| 713 | 23×31 | 2240,0 | 39 92 72 | 7021 | 763 | 7×109 | 2397,0 | 45 72 34 | 6225 |
| 714 | $2 \times 3 \times 7 \times 17$ | 2243,1 | 40 03 93 | 7208 | 764 | $2^2 \times 191$ | 2400,2 | 45 84 34 | 6405 |
| 715 | $5 \times 11 \times 13$ | 2246,2 | 40 15 15 | 7395 | 765 | $3^2 \times 5 \times 17$ | 2403,3 | 45 96 35 | 6586 |
| 716 | $2^2 \times 179$ | 2249,4 | 40 26 39 | 7582 | 766 | 2×383 | 2406,5 | 46 08 37 | 6767 |
| 717 | 3×239 | 2252,5 | 40 37 65 | 7769 | 767 | 13×59 | 2409,6 | 46 20 41 | 6948 |
| 718 | 2×359 | 2255,7 | 40 48 92 | 7955 | 768 | $2^8 \times 3$ | 2412,7 | 46 32 47 | 7128 |
| 719 | — | 2258,8 | 40 60 20 | 8142 | 769 | — | 2415,9 | 46 44 54 | 7308 |
| 720 | $2^4 \times 3^2 \times 5$ | 2261,9 | 40 71 50 | 8328 | 770 | $2 \times 5 \times 7 \times 11$ | 2419,0 | 46 56 63 | 7489 |
| 721 | 7×103 | 2265,1 | 40 82 82 | 8514 | 771 | 3×257 | 2422,2 | 46 68 73 | 7669 |
| 722 | 2×19^2 | 2268,2 | 40 94 15 | 8701 | 772 | $2^2 \times 193$ | 2425,3 | 46 80 85 | 7849 |
| 723 | 3×241 | 2271,4 | 41 05 50 | 8887 | 773 | — | 2428,5 | 46 92 98 | 8029 |
| 724 | $2^2 \times 181$ | 2274,5 | 41 16 87 | 9072 | 774 | $2 \times 3^2 \times 43$ | 2431,6 | 47 05 13 | 8209 |
| 725 | $5^2 \times 29$ | 2277,7 | 41 28 25 | 9258 | 775 | $5^2 \times 31$ | 2434,7 | 47 17 30 | 8388 |
| 726 | $2 \times 3 \times 11^2$ | 2280,8 | 41 39 65 | 9444 | 776 | $2^3 \times 97$ | 2437,9 | 47 29 48 | 8568 |
| 727 | — | 2283,9 | 41 51 06 | 9629 | 777 | $3 \times 7 \times 37$ | 2441,0 | 47 41 68 | 8747 |
| 728 | $2^3 \times 7 \times 13$ | 2287,1 | 41 62 48 | 9815 | 778 | 2×389 | 2444,2 | 47 53 89 | 8927 |
| 729 | 3^6 | 2290,2 | 41 73 93 | 27 | 779 | 19×41 | 2447,3 | 47 66 12 | 9106 |
| 730 | $2 \times 5 \times 73$ | 2293,4 | 41 85 39 | 27,0185 | 780 | $2^2 \times 3 \times 5 \times 13$ | 2450,4 | 47 78 36 | 9285 |
| 731 | 17×43 | 2296,5 | 41 96 86 | 0370 | 781 | 11×71 | 2453,6 | 47 90 62 | 9464 |
| 732 | $2^2 \times 3 \times 61$ | 2299,6 | 42 08 35 | 0555 | 782 | $2 \times 17 \times 23$ | 2456,7 | 48 02 90 | 9643 |
| 733 | — | 2302,8 | 42 19 86 | 0740 | 783 | $3^3 \times 29$ | 2459,9 | 48 15 19 | 9821 |
| 734 | 2×367 | 2305,9 | 42 31 38 | 0924 | 784 | $2^4 \times 7^2$ | 2463,0 | 48 27 50 | 28 |
| 735 | $3 \times 5 \times 7^2$ | 2309,1 | 42 42 92 | 1109 | 785 | 5×157 | 2466,2 | 48 39 82 | 28,0179 |
| 736 | $2^5 \times 23$ | 2312,2 | 42 54 47 | 1293 | 786 | $2 \times 3 \times 131$ | 2469,3 | 48 52 16 | 0357 |
| 737 | 11×67 | 2315,4 | 42 66 04 | 1477 | 787 | — | 2472,4 | 48 64 51 | 0535 |
| 738 | $2 \times 3^2 \times 41$ | 2318,5 | 42 77 62 | 1662 | 788 | $2^2 \times 197$ | 2475,6 | 48 76 88 | 0713 |
| 739 | — | 2321,6 | 42 89 22 | 1846 | 789 | 3×263 | 2478,7 | 48 89 27 | 0891 |
| 740 | $2^2 \times 5 \times 37$ | 2324,8 | 43 00 84 | 2029 | 790 | $2 \times 5 \times 79$ | 2481,9 | 49 01 67 | 1069 |
| 741 | $3 \times 13 \times 19$ | 2327,9 | 43 12 47 | 2213 | 791 | 7×113 | 2485,0 | 49 14 09 | 1247 |
| 742 | $2 \times 7 \times 53$ | 2331,1 | 43 24 12 | 2397 | 792 | $2^3 \times 3^2 \times 11$ | 2488,1 | 49 26 52 | 1425 |
| 743 | — | 2334,2 | 43 35 78 | 2580 | 793 | 13×61 | 2491,3 | 49 38 97 | 1603 |
| 744 | $2^3 \times 3 \times 31$ | 2337,3 | 43 47 46 | 2764 | 794 | 2×397 | 2494,4 | 49 51 43 | 1780 |
| 745 | 5×149 | 2340,5 | 43 59 16 | 2947 | 795 | $3 \times 5 \times 53$ | 2497,6 | 49 63 91 | 1957 |
| 746 | 2×373 | 2343,6 | 43 70 87 | 3130 | 796 | $2^2 \times 199$ | 2500,7 | 49 76 41 | 2135 |
| 747 | $3^2 \times 83$ | 2346,8 | 43 82 59 | 3313 | 797 | — | 2503,8 | 49 88 92 | 2312 |
| 748 | $2^2 \times 11 \times 17$ | 2349,9 | 43 94 33 | 3496 | 798 | $2 \times 3 \times 7 \times 19$ | 2507,0 | 50 01 45 | 2489 |
| 749 | 7×107 | 2353,1 | 44 06 09 | 3679 | 799 | 17×47 | 2510,1 | 50 13 99 | 2666 |
| 750 | $2 \times 3 \times 5^3$ | 2356,2 | 44 17 86 | 3861 | 800 | $2^5 \times 5^2$ | 2513,3 | 50 26 55 | 2843 |

| $n = d$ | Facteur | $\pi \cdot d$ | $\frac{\pi \cdot d^2}{4}$ | \sqrt{n} | $n = d$ | Facteur | $\pi \cdot d$ | $\frac{\pi \cdot d^2}{4}$ | \sqrt{n} |
|---------|----------------------------------|---------------|---------------------------|------------|---------|----------------------------------|---------------|---------------------------|------------|
| 800 | $2^5 \times 5^2$ | 2513,3 | 50 26 55 | 28,2843 | 850 | $2 \times 5^2 \times 17$ | 2670,4 | 56 74 50 | 29,1548 |
| 801 | $3^2 \times 89$ | 2516,4 | 50 39 12 | 3019 | 851 | 23×37 | 2673,5 | 56 87 86 | 1719 |
| 802 | 2×401 | 2519,6 | 50 51 71 | 3196 | 852 | $2^2 \times 3 \times 71$ | 2676,6 | 57 01 24 | 1890 |
| 803 | 11×73 | 2522,7 | 50 64 32 | 3373 | 853 | — | 2679,8 | 57 14 63 | 2062 |
| 804 | $2^2 \times 3 \times 67$ | 2525,8 | 50 76 94 | 3549 | 854 | $2 \times 7 \times 61$ | 2682,9 | 57 28 03 | 2233 |
| 805 | $5 \times 7 \times 23$ | 2529,0 | 50 89 58 | 3725 | 855 | $3^2 \times 5 \times 19$ | 2686,1 | 57 41 46 | 2404 |
| 806 | $2 \times 13 \times 31$ | 2532,1 | 51 02 23 | 3901 | 856 | $2^3 \times 107$ | 2689,2 | 57 54 90 | 2575 |
| 807 | 3×269 | 2535,3 | 51 14 90 | 4077 | 857 | — | 2692,3 | 57 68 35 | 2746 |
| 808 | $2^3 \times 101$ | 2538,4 | 51 27 58 | 4253 | 858 | $2 \times 3 \times 11 \times 13$ | 2695,5 | 57 81 82 | 2916 |
| 809 | — | 2541,5 | 51 40 28 | 4429 | 859 | — | 2698,6 | 57 95 30 | 3087 |
| 810 | $2 \times 3^4 \times 5$ | 2544,7 | 51 53 00 | 4605 | 860 | $2^2 \times 5 \times 43$ | 2701,8 | 58 08 80 | 3258 |
| 811 | — | 2547,8 | 51 65 73 | 4781 | 861 | $3 \times 7 \times 41$ | 2704,9 | 58 22 32 | 3428 |
| 812 | $2^2 \times 7 \times 29$ | 2551,0 | 51 78 48 | 4956 | 862 | 2×431 | 2708,1 | 58 35 85 | 3598 |
| 813 | 3×271 | 2554,1 | 51 91 24 | 5132 | 863 | — | 2711,2 | 58 49 40 | 3769 |
| 814 | $2 \times 11 \times 37$ | 2557,3 | 52 04 02 | 5307 | 864 | $2^5 \times 3^3$ | 2714,3 | 58 62 97 | 3939 |
| 815 | 5×163 | 2560,4 | 52 16 81 | 5482 | 865 | 5×173 | 2717,5 | 58 76 55 | 4109 |
| 816 | $2^4 \times 3 \times 17$ | 2563,5 | 52 29 62 | 5657 | 866 | 2×433 | 2720,6 | 58 90 14 | 4279 |
| 817 | 19×43 | 2566,7 | 52 42 45 | 5832 | 867 | 3×17^2 | 2723,8 | 59 03 75 | 4449 |
| 818 | 2×409 | 2569,8 | 52 55 29 | 6007 | 868 | $2^2 \times 7 \times 31$ | 2726,9 | 59 17 38 | 4618 |
| 819 | $3^2 \times 7 \times 13$ | 2573,0 | 52 68 14 | 6182 | 869 | 11×79 | 2730,0 | 59 31 02 | 4788 |
| 820 | $2^2 \times 5 \times 41$ | 2576,1 | 52 81 02 | 6356 | 870 | $2 \times 3 \times 5 \times 29$ | 2733,2 | 59 44 68 | 4958 |
| 821 | — | 2579,2 | 52 93 91 | 6531 | 871 | 13×67 | 2736,3 | 59 58 35 | 5127 |
| 822 | $2 \times 3 \times 137$ | 2582,4 | 53 06 81 | 6705 | 872 | $2^3 \times 109$ | 2739,5 | 59 72 04 | 5296 |
| 823 | — | 2585,5 | 53 19 73 | 6880 | 873 | $3^2 \times 97$ | 2742,6 | 59 85 75 | 5466 |
| 824 | $2^3 \times 103$ | 2588,7 | 53 32 67 | 7054 | 874 | $2 \times 19 \times 23$ | 2745,8 | 59 99 47 | 5635 |
| 825 | $3 \times 5^2 \times 11$ | 2591,8 | 53 45 62 | 7228 | 875 | $5^3 \times 7$ | 2748,9 | 60 13 20 | 5804 |
| 826 | $2 \times 7 \times 59$ | 2595,0 | 53 58 58 | 7402 | 876 | $2^2 \times 3 \times 73$ | 2752,0 | 60 26 96 | 5973 |
| 827 | — | 2598,1 | 53 71 57 | 7576 | 877 | — | 2755,2 | 60 40 73 | 6142 |
| 828 | $2^2 \times 3^2 \times 23$ | 2601,2 | 53 84 56 | 7750 | 878 | 2×439 | 2758,3 | 60 54 51 | 6311 |
| 829 | — | 2604,4 | 53 97 58 | 7924 | 879 | 3×293 | 2761,5 | 60 68 31 | 6479 |
| 830 | $2 \times 5 \times 83$ | 2607,5 | 54 10 61 | 8097 | 880 | $2^4 \times 5 \times 11$ | 2764,6 | 60 82 12 | 6648 |
| 831 | 3×277 | 2610,7 | 54 23 65 | 8271 | 881 | — | 2767,7 | 60 95 95 | 6816 |
| 832 | $2^6 \times 13$ | 2613,8 | 54 36 71 | 8444 | 882 | $2 \times 3^2 \times 7^2$ | 2770,9 | 61 09 80 | 6985 |
| 833 | $7^2 \times 17$ | 2616,9 | 54 49 79 | 8617 | 883 | — | 2774,0 | 61 23 66 | 7153 |
| 834 | $2 \times 3 \times 139$ | 2620,1 | 54 62 88 | 8791 | 884 | $2^2 \times 13 \times 17$ | 2777,2 | 61 37 54 | 7321 |
| 835 | 5×167 | 2623,2 | 54 75 99 | 8964 | 885 | $3 \times 5 \times 59$ | 2780,3 | 61 51 43 | 7489 |
| 836 | $2^2 \times 11 \times 19$ | 2626,4 | 54 89 12 | 9137 | 886 | 2×443 | 2783,5 | 61 65 34 | 7658 |
| 837 | $3^3 \times 31$ | 2629,5 | 55 02 26 | 9310 | 887 | — | 2786,6 | 61 79 27 | 7825 |
| 838 | 2×419 | 2632,7 | 55 15 41 | 9482 | 888 | $2^3 \times 3 \times 37$ | 2789,7 | 61 93 21 | 7993 |
| 839 | — | 2635,8 | 55 28 58 | 9655 | 889 | 7×127 | 2792,9 | 62 07 17 | 8161 |
| 840 | $2^3 \times 3 \times 5 \times 7$ | 2638,9 | 55 41 77 | 9828 | 890 | $2 \times 5 \times 89$ | 2796,0 | 62 21 14 | 8329 |
| 841 | 29^2 | 2642,1 | 55 54 97 | 29 | 891 | $3^4 \times 11$ | 2799,2 | 62 35 13 | 8496 |
| 842 | 2×421 | 2645,2 | 55 68 19 | 29,0172 | 892 | $2^2 \times 223$ | 2802,3 | 62 49 13 | 8664 |
| 843 | 3×281 | 2648,4 | 55 81 42 | 0345 | 893 | 19×47 | 2805,4 | 62 63 15 | 8831 |
| 844 | $2^2 \times 211$ | 2651,5 | 55 94 67 | 0517 | 894 | $2 \times 3 \times 149$ | 2808,6 | 62 77 18 | 8998 |
| 845 | 5×13^2 | 2654,6 | 56 07 94 | 0689 | 895 | 5×179 | 2811,7 | 62 91 24 | 9166 |
| 846 | $2 \times 3^2 \times 47$ | 2657,8 | 56 21 22 | 0861 | 896 | $2^7 \times 7$ | 2814,9 | 63 05 30 | 9333 |
| 847 | 7×11^2 | 2660,9 | 56 34 52 | 1033 | 897 | $3 \times 13 \times 23$ | 2818,0 | 63 19 38 | 9500 |
| 848 | $2^4 \times 53$ | 2664,1 | 56 47 83 | 1204 | 898 | 2×449 | 2821,2 | 63 33 48 | 9666 |
| 849 | 3×283 | 2667,2 | 56 61 16 | 1376 | 899 | 29×31 | 2824,3 | 63 47 60 | 9833 |
| 850 | $2 \times 5^2 \times 17$ | 2670,4 | 56 74 50 | 1548 | 900 | $2^2 \times 3^2 \times 5^2$ | 2827,4 | 63 61 73 | 30 |

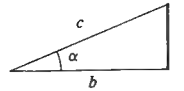
| $n = d$ | Facteur | $\pi \cdot d$ | $\frac{\pi \cdot d^2}{4}$ | \sqrt{n} | $n = d$ | Facteur | $\pi \cdot d$ | $\frac{\pi \cdot d^2}{4}$ | \sqrt{n} |
|------------|-----------------------------------|---------------|---------------------------|------------|-------------|-----------------------------------|---------------|---------------------------|------------|
| 900 | $2^2 \times 3^2 \times 5^2$ | 2827,4 | 63 61 73 | 30 | 950 | $2 \times 5^2 \times 19$ | 2984,5 | 70 88 22 | 30,8221 |
| 901 | 17×53 | 2830,6 | 63 75 87 | 30,0167 | 951 | 3×317 | 2987,7 | 71 03 15 | 8383 |
| 902 | $2 \times 11 \times 41$ | 2833,7 | 63 90 03 | 0333 | 952 | $2^3 \times 7 \times 17$ | 2990,8 | 71 18 09 | 8545 |
| 903 | $3 \times 7 \times 43$ | 2836,9 | 64 04 21 | 0500 | 953 | — | 2993,9 | 71 33 06 | 8707 |
| 904 | $2^3 \times 113$ | 2840,0 | 64 18 40 | 0666 | 954 | $2 \times 3^2 \times 53$ | 2997,1 | 71 48 03 | 8869 |
| 905 | 5×181 | 2843,1 | 64 32 61 | 0832 | 955 | 5×191 | 3000,2 | 71 63 03 | 9031 |
| 906 | $2 \times 3 \times 151$ | 2846,3 | 64 46 83 | 0998 | 956 | $2^2 \times 239$ | 3003,4 | 71 78 04 | 9192 |
| 907 | — | 2849,4 | 64 61 07 | 1164 | 957 | $3 \times 11 \times 29$ | 3006,5 | 71 93 06 | 9354 |
| 908 | $2^2 \times 227$ | 2852,6 | 64 75 33 | 1330 | 958 | 2×479 | 3009,6 | 72 08 10 | 9516 |
| 909 | $3^2 \times 101$ | 2855,7 | 64 89 60 | 1496 | 959 | 7×137 | 3012,8 | 72 23 16 | 9677 |
| 910 | $2 \times 5 \times 7 \times 13$ | 2858,8 | 65 03 88 | 1662 | 960 | $2^6 \times 3 \times 5$ | 3015,9 | 72 38 23 | 9839 |
| 911 | — | 2862,0 | 65 18 18 | 1828 | 961 | 31^2 | 3019,1 | 72 53 32 | 31 |
| 912 | $2^4 \times 3 \times 19$ | 2865,1 | 65 32 50 | 1993 | 962 | $2 \times 13 \times 37$ | 3022,2 | 72 68 42 | 31,0161 |
| 913 | 11×83 | 2868,3 | 65 46 84 | 2159 | 963 | $3^2 \times 107$ | 3025,4 | 72 83 54 | 0322 |
| 914 | 2×457 | 2871,4 | 65 61 18 | 2324 | 964 | $2^2 \times 241$ | 3028,5 | 72 98 67 | 0483 |
| 915 | $3 \times 5 \times 61$ | 2874,6 | 65 75 55 | 2490 | 965 | 5×193 | 3031,6 | 73 13 82 | 0644 |
| 916 | $2^2 \times 229$ | 2877,7 | 65 89 93 | 2655 | 966 | $2 \times 3 \times 7 \times 23$ | 3034,8 | 73 28 99 | 0805 |
| 917 | 7×131 | 2880,8 | 66 04 33 | 2820 | 967 | — | 3037,9 | 73 44 17 | 0966 |
| 918 | $2 \times 3^2 \times 17$ | 2884,0 | 66 18 74 | 2985 | 968 | $2^3 \times 11^2$ | 3041,1 | 73 59 37 | 1127 |
| 919 | — | 2887,1 | 66 33 17 | 3150 | 969 | $3 \times 17 \times 19$ | 3044,2 | 73 74 58 | 1288 |
| 920 | $2^3 \times 5 \times 23$ | 2890,3 | 66 47 61 | 3315 | 970 | $2 \times 5 \times 97$ | 3047,3 | 73 89 81 | 1448 |
| 921 | 3×307 | 2893,4 | 66 62 07 | 3480 | 971 | — | 3050,5 | 74 05 06 | 1609 |
| 922 | 2×461 | 2896,5 | 66 76 54 | 3645 | 972 | $2^2 \times 3^5$ | 3053,6 | 74 20 32 | 1769 |
| 923 | 13×71 | 2899,7 | 66 91 03 | 3809 | 973 | 7×139 | 3056,8 | 74 35 59 | 1929 |
| 924 | $2^2 \times 3 \times 7 \times 11$ | 2902,8 | 67 05 54 | 3974 | 974 | 2×487 | 3059,9 | 74 50 88 | 2090 |
| 925 | $5^2 \times 37$ | 2906,0 | 67 20 06 | 4138 | 975 | $3 \times 5^2 \times 13$ | 3063,1 | 74 66 19 | 2250 |
| 926 | 2×463 | 2909,1 | 67 34 60 | 4302 | 976 | $2^4 \times 61$ | 3066,2 | 74 81 51 | 2410 |
| 927 | $3^2 \times 103$ | 2912,3 | 67 49 15 | 4467 | 977 | — | 3069,3 | 74 96 85 | 2570 |
| 928 | $2^3 \times 29$ | 2915,4 | 67 63 72 | 4631 | 978 | $2 \times 3 \times 163$ | 3072,5 | 75 12 21 | 2730 |
| 929 | — | 2918,5 | 67 78 31 | 4795 | 979 | 11×89 | 3075,6 | 75 27 58 | 2890 |
| 930 | $2 \times 3 \times 5 \times 31$ | 2921,7 | 67 92 91 | 4959 | 980 | $2^2 \times 5 \times 7^2$ | 3078,8 | 75 42 96 | 3050 |
| 931 | $7^2 \times 19$ | 2924,8 | 68 07 52 | 5123 | 981 | $3^2 \times 109$ | 3081,9 | 75 58 37 | 3209 |
| 932 | $2^2 \times 233$ | 2928,0 | 68 22 16 | 5287 | 982 | 2×491 | 3085,0 | 75 73 78 | 3369 |
| 933 | 3×311 | 2931,1 | 68 36 80 | 5450 | 983 | — | 3088,2 | 75 89 22 | 3528 |
| 934 | 2×467 | 2934,2 | 68 51 47 | 5614 | 984 | $2^3 \times 3 \times 41$ | 3091,3 | 76 04 66 | 3688 |
| 935 | $5 \times 11 \times 17$ | 2937,4 | 68 66 15 | 5778 | 985 | 5×197 | 3094,5 | 76 20 13 | 3847 |
| 936 | $2^3 \times 3^2 \times 13$ | 2940,5 | 68 80 84 | 5941 | 986 | $2 \times 17 \times 29$ | 3097,6 | 76 35 61 | 4006 |
| 937 | — | 2943,7 | 68 95 55 | 6105 | 987 | $3 \times 7 \times 47$ | 3100,8 | 76 51 11 | 4166 |
| 938 | $2 \times 7 \times 67$ | 2946,8 | 69 10 28 | 6268 | 988 | $2^2 \times 13 \times 19$ | 3103,9 | 76 66 62 | 4325 |
| 939 | 3×313 | 2950,0 | 69 25 02 | 6431 | 989 | $2^3 \times 43$ | 3107,0 | 76 82 14 | 4484 |
| 940 | $2^2 \times 5 \times 47$ | 2953,1 | 69 39 78 | 6594 | 990 | $2 \times 3^2 \times 5 \times 11$ | 3110,2 | 76 97 69 | 4643 |
| 941 | — | 2956,2 | 69 54 55 | 6757 | 991 | — | 3113,3 | 77 13 25 | 4802 |
| 942 | $2 \times 3 \times 157$ | 2959,4 | 69 69 34 | 6920 | 992 | $2^5 \times 31$ | 3116,5 | 77 28 82 | 4960 |
| 943 | 23×41 | 2962,5 | 69 84 15 | 7083 | 993 | 3×331 | 3119,6 | 77 44 41 | 5119 |
| 944 | $2^4 \times 59$ | 2965,7 | 69 98 97 | 7246 | 994 | $2 \times 7 \times 71$ | 3122,7 | 77 60 02 | 5278 |
| 945 | $3^3 \times 5 \times 7$ | 2968,8 | 70 13 80 | 7409 | 995 | 5×199 | 3125,9 | 77 75 64 | 5436 |
| 946 | $2 \times 11 \times 43$ | 2971,9 | 70 28 65 | 7571 | 996 | $2^2 \times 3 \times 83$ | 3129,0 | 77 91 28 | 5595 |
| 947 | — | 2975,1 | 70 43 52 | 7734 | 997 | — | 3132,2 | 78 06 93 | 5753 |
| 948 | $2^2 \times 3 \times 79$ | 2978,2 | 70 58 40 | 7896 | 998 | 2×499 | 3135,3 | 78 22 60 | 5911 |
| 949 | 13×73 | 2981,4 | 70 73 30 | 8058 | 999 | $3^3 \times 37$ | 3138,5 | 78 38 28 | 6070 |
| 950 | $2 \times 5^2 \times 19$ | 2984,5 | 70 88 22 | 8221 | 1000 | $2^3 \times 5^3$ | 3141,6 | 78 53 98 | 6228 |

Mantisses des nombres de 0,1 à 49,9 et 100 à 499: Exemples d'utilisation, voir page 124

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|----|-----------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0 | $-\infty$ | 000 00 | 301 03 | 477 12 | 602 06 | 698 97 | 778 15 | 845 10 | 903 09 | 954 24 |
| 1 | 000 00 | 041 39 | 079 18 | 113 94 | 146 13 | 176 09 | 204 12 | 230 45 | 255 27 | 278 75 |
| 2 | 301 03 | 322 22 | 342 42 | 361 73 | 380 21 | 397 94 | 414 97 | 431 36 | 447 16 | 462 40 |
| 3 | 477 12 | 491 36 | 505 15 | 518 51 | 531 48 | 544 07 | 556 30 | 568 20 | 579 78 | 591 06 |
| 4 | 602 06 | 612 78 | 623 25 | 633 47 | 643 45 | 653 21 | 662 76 | 672 10 | 681 24 | 690 20 |
| 5 | 698 97 | 707 57 | 716 00 | 724 28 | 732 39 | 740 36 | 748 19 | 757 87 | 763 43 | 770 85 |
| 6 | 778 15 | 785 33 | 792 39 | 799 34 | 806 18 | 812 91 | 819 54 | 826 07 | 832 51 | 838 85 |
| 7 | 845 10 | 851 26 | 857 33 | 863 32 | 869 23 | 875 06 | 880 81 | 886 49 | 892 09 | 897 63 |
| 8 | 903 09 | 908 49 | 913 81 | 919 08 | 924 28 | 929 42 | 934 50 | 939 52 | 944 48 | 949 39 |
| 9 | 954 24 | 959 04 | 963 79 | 968 48 | 973 13 | 977 72 | 982 27 | 986 77 | 991 23 | 995 64 |
| 10 | 000 00 | 004 32 | 008 60 | 012 84 | 017 03 | 021 19 | 025 31 | 029 38 | 033 42 | 037 43 |
| 11 | 041 39 | 045 32 | 049 22 | 053 08 | 056 90 | 060 70 | 064 46 | 068 19 | 071 88 | 075 55 |
| 12 | 079 18 | 082 79 | 086 36 | 089 91 | 093 42 | 096 91 | 100 37 | 103 80 | 107 21 | 110 59 |
| 13 | 113 94 | 117 27 | 120 57 | 123 85 | 127 10 | 130 33 | 133 54 | 136 72 | 139 88 | 143 01 |
| 14 | 146 13 | 149 22 | 152 29 | 155 34 | 158 36 | 161 37 | 164 35 | 167 32 | 170 26 | 173 19 |
| 15 | 176 09 | 178 98 | 181 84 | 184 69 | 187 52 | 190 33 | 193 12 | 195 90 | 198 66 | 201 40 |
| 16 | 204 12 | 206 83 | 209 52 | 212 19 | 214 84 | 217 48 | 220 11 | 222 72 | 225 31 | 227 89 |
| 17 | 230 45 | 233 00 | 235 53 | 238 05 | 240 55 | 243 04 | 245 51 | 247 97 | 250 42 | 252 85 |
| 18 | 255 27 | 257 68 | 260 07 | 262 45 | 264 82 | 267 17 | 269 51 | 271 84 | 274 16 | 276 46 |
| 19 | 278 75 | 281 03 | 283 30 | 285 56 | 287 80 | 290 03 | 292 26 | 294 47 | 296 67 | 298 85 |
| 20 | 301 03 | 303 20 | 305 35 | 307 50 | 309 63 | 311 75 | 313 87 | 315 97 | 318 06 | 320 15 |
| 21 | 322 22 | 324 28 | 326 34 | 328 38 | 330 41 | 332 44 | 334 45 | 336 46 | 338 46 | 340 44 |
| 22 | 342 42 | 344 39 | 346 35 | 348 30 | 350 25 | 352 18 | 354 11 | 356 03 | 357 93 | 359 84 |
| 23 | 361 73 | 363 61 | 365 49 | 367 36 | 369 22 | 371 07 | 372 91 | 374 75 | 376 58 | 378 40 |
| 24 | 380 21 | 382 02 | 383 82 | 385 61 | 387 39 | 389 17 | 390 94 | 392 70 | 394 45 | 396 20 |
| 25 | 397 94 | 399 67 | 401 40 | 403 12 | 404 83 | 406 54 | 408 24 | 409 93 | 411 62 | 413 30 |
| 26 | 414 97 | 416 64 | 418 30 | 419 96 | 421 60 | 423 25 | 424 88 | 426 51 | 428 13 | 429 75 |
| 27 | 431 36 | 432 97 | 434 57 | 436 16 | 437 75 | 439 33 | 440 91 | 442 48 | 444 04 | 445 60 |
| 28 | 447 16 | 448 71 | 450 25 | 451 79 | 453 32 | 454 84 | 456 37 | 457 88 | 459 39 | 460 90 |
| 29 | 462 40 | 463 89 | 465 38 | 466 87 | 468 35 | 469 82 | 471 29 | 472 76 | 474 22 | 475 67 |
| 30 | 477 12 | 478 57 | 480 01 | 481 44 | 482 87 | 484 30 | 485 72 | 487 14 | 488 55 | 489 96 |
| 31 | 491 36 | 492 76 | 494 15 | 495 54 | 496 93 | 498 31 | 499 69 | 501 06 | 502 43 | 503 79 |
| 32 | 505 15 | 506 51 | 507 86 | 509 20 | 510 55 | 511 88 | 513 22 | 514 55 | 515 87 | 517 20 |
| 33 | 518 51 | 519 83 | 521 14 | 522 44 | 523 75 | 525 04 | 526 34 | 527 63 | 528 92 | 530 20 |
| 34 | 531 48 | 532 75 | 534 03 | 535 29 | 536 56 | 537 82 | 539 08 | 540 33 | 541 58 | 542 83 |
| 35 | 544 07 | 545 31 | 546 54 | 547 77 | 549 00 | 550 23 | 551 45 | 552 67 | 553 88 | 555 09 |
| 36 | 556 30 | 557 51 | 558 71 | 559 91 | 561 10 | 562 29 | 563 48 | 564 67 | 565 85 | 567 03 |
| 37 | 568 20 | 569 37 | 570 54 | 571 71 | 572 87 | 574 03 | 575 19 | 576 34 | 577 49 | 578 64 |
| 38 | 579 78 | 580 92 | 582 06 | 583 20 | 584 33 | 585 46 | 586 59 | 587 71 | 588 83 | 589 95 |
| 39 | 591 06 | 592 18 | 593 29 | 594 39 | 595 50 | 596 60 | 597 70 | 598 79 | 599 88 | 600 97 |
| 40 | 602 06 | 603 14 | 604 23 | 605 31 | 606 38 | 607 46 | 608 53 | 609 59 | 610 66 | 611 72 |
| 41 | 612 78 | 613 84 | 614 90 | 615 95 | 617 00 | 618 05 | 619 09 | 620 14 | 621 18 | 622 21 |
| 42 | 623 25 | 624 28 | 625 31 | 626 34 | 627 37 | 628 39 | 629 41 | 630 43 | 631 44 | 632 46 |
| 43 | 633 47 | 634 48 | 635 48 | 636 49 | 637 49 | 638 49 | 639 49 | 640 48 | 641 47 | 642 46 |
| 44 | 643 45 | 644 44 | 645 42 | 646 40 | 647 38 | 648 36 | 649 33 | 650 31 | 651 28 | 652 25 |
| 45 | 653 21 | 654 18 | 655 14 | 656 10 | 657 06 | 658 01 | 658 96 | 659 92 | 660 87 | 661 81 |
| 46 | 662 76 | 663 70 | 664 64 | 665 58 | 666 52 | 667 45 | 668 39 | 669 32 | 670 25 | 671 17 |
| 47 | 672 10 | 673 02 | 673 94 | 674 86 | 675 78 | 676 69 | 677 61 | 678 52 | 679 43 | 680 34 |
| 48 | 681 24 | 682 15 | 683 05 | 683 95 | 684 85 | 685 74 | 686 64 | 687 53 | 688 42 | 689 31 |
| 49 | 690 20 | 691 08 | 691 97 | 692 85 | 693 73 | 694 61 | 695 48 | 696 36 | 697 23 | 698 10 |

Mantisses des nombres de 50 à 99,9 et 500 à 999 : Exemples d'utilisation, voir page 124

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 50 | 698 97 | 699 84 | 700 70 | 701 57 | 702 43 | 703 29 | 704 15 | 705 01 | 705 86 | 706 72 |
| 51 | 707 57 | 708 42 | 709 27 | 710 12 | 710 96 | 711 81 | 712 65 | 713 49 | 714 33 | 715 17 |
| 52 | 716 00 | 716 84 | 717 67 | 718 50 | 719 33 | 720 16 | 720 99 | 721 81 | 722 63 | 723 46 |
| 53 | 724 28 | 725 09 | 725 91 | 726 73 | 727 54 | 728 35 | 729 16 | 729 97 | 730 78 | 731 59 |
| 54 | 732 39 | 733 20 | 734 00 | 734 80 | 735 60 | 736 40 | 737 19 | 737 99 | 738 78 | 739 57 |
| 55 | 740 36 | 741 15 | 741 94 | 742 73 | 743 51 | 744 29 | 745 07 | 745 86 | 746 63 | 747 41 |
| 56 | 748 19 | 748 96 | 749 74 | 750 51 | 751 28 | 752 05 | 752 82 | 753 58 | 754 35 | 755 11 |
| 57 | 755 87 | 756 64 | 757 40 | 758 15 | 758 91 | 759 67 | 760 42 | 761 18 | 761 93 | 762 68 |
| 58 | 763 43 | 764 18 | 764 92 | 765 67 | 766 41 | 767 16 | 767 90 | 768 64 | 769 38 | 770 12 |
| 59 | 770 85 | 771 59 | 772 32 | 773 05 | 773 79 | 774 52 | 775 25 | 775 97 | 776 70 | 777 43 |
| 60 | 778 15 | 778 87 | 779 60 | 780 32 | 781 04 | 781 76 | 782 47 | 783 19 | 783 90 | 784 62 |
| 61 | 785 33 | 786 04 | 786 75 | 787 46 | 788 17 | 788 88 | 789 58 | 790 29 | 790 99 | 791 69 |
| 62 | 792 39 | 793 09 | 793 79 | 794 49 | 795 18 | 795 88 | 796 57 | 797 27 | 797 96 | 798 65 |
| 63 | 799 34 | 800 03 | 800 72 | 801 40 | 802 09 | 802 77 | 803 46 | 804 14 | 804 82 | 805 50 |
| 64 | 806 18 | 806 86 | 807 54 | 808 21 | 808 89 | 809 56 | 810 23 | 810 90 | 811 58 | 812 24 |
| 65 | 812 91 | 813 58 | 814 25 | 814 91 | 815 58 | 816 24 | 816 90 | 817 57 | 818 23 | 818 89 |
| 66 | 819 54 | 820 20 | 820 86 | 821 51 | 822 17 | 822 82 | 823 47 | 824 13 | 824 78 | 825 43 |
| 67 | 826 07 | 826 72 | 827 37 | 828 02 | 828 66 | 829 30 | 829 95 | 830 59 | 831 23 | 831 87 |
| 68 | 832 51 | 833 15 | 833 78 | 834 42 | 835 06 | 835 69 | 836 32 | 836 96 | 837 59 | 838 22 |
| 69 | 838 85 | 839 48 | 840 11 | 840 73 | 841 36 | 841 98 | 842 61 | 843 23 | 843 86 | 844 48 |
| 70 | 845 10 | 845 72 | 846 34 | 846 96 | 847 57 | 848 19 | 848 80 | 849 42 | 850 03 | 850 65 |
| 71 | 851 26 | 851 87 | 852 48 | 853 09 | 853 70 | 854 31 | 854 91 | 855 52 | 856 12 | 856 73 |
| 72 | 857 33 | 857 94 | 858 54 | 859 14 | 859 74 | 860 34 | 860 94 | 861 53 | 862 13 | 862 73 |
| 73 | 863 32 | 863 92 | 864 51 | 865 10 | 865 70 | 866 29 | 866 88 | 867 47 | 868 06 | 868 64 |
| 74 | 869 23 | 869 82 | 870 40 | 870 99 | 871 57 | 872 16 | 872 74 | 873 32 | 873 90 | 874 48 |
| 75 | 875 06 | 875 64 | 876 22 | 876 79 | 877 37 | 877 95 | 878 52 | 879 10 | 879 67 | 880 24 |
| 76 | 880 81 | 881 38 | 881 95 | 882 52 | 883 09 | 883 66 | 884 23 | 884 80 | 885 36 | 885 93 |
| 77 | 886 49 | 887 05 | 887 62 | 888 18 | 888 74 | 889 30 | 889 86 | 890 42 | 890 98 | 891 54 |
| 78 | 892 09 | 892 65 | 893 21 | 893 76 | 894 32 | 894 87 | 895 42 | 895 97 | 896 53 | 897 08 |
| 79 | 897 63 | 898 18 | 898 73 | 899 27 | 899 82 | 900 37 | 900 91 | 901 46 | 902 00 | 902 55 |
| 80 | 903 09 | 903 63 | 904 17 | 904 72 | 905 26 | 905 80 | 906 34 | 906 87 | 907 41 | 907 95 |
| 81 | 908 49 | 909 02 | 909 56 | 910 09 | 910 62 | 911 16 | 911 69 | 912 22 | 912 75 | 913 28 |
| 82 | 913 81 | 914 34 | 914 87 | 915 40 | 915 93 | 916 45 | 916 98 | 917 51 | 918 03 | 918 55 |
| 83 | 919 08 | 919 60 | 920 12 | 920 65 | 921 17 | 921 69 | 922 21 | 922 73 | 923 24 | 923 76 |
| 84 | 924 28 | 924 80 | 925 31 | 925 83 | 926 34 | 926 86 | 927 37 | 927 88 | 928 40 | 928 91 |
| 85 | 929 42 | 929 93 | 930 44 | 930 95 | 931 46 | 931 97 | 932 47 | 932 98 | 933 49 | 933 99 |
| 86 | 934 50 | 935 00 | 935 51 | 936 01 | 936 51 | 937 02 | 937 52 | 938 02 | 938 52 | 939 02 |
| 87 | 939 52 | 940 02 | 940 52 | 941 01 | 941 51 | 942 01 | 942 50 | 943 00 | 943 49 | 943 99 |
| 88 | 944 48 | 944 98 | 945 47 | 945 96 | 946 45 | 946 94 | 947 43 | 947 92 | 948 41 | 948 90 |
| 89 | 949 39 | 949 88 | 950 36 | 950 85 | 951 34 | 951 82 | 952 31 | 952 79 | 953 28 | 953 76 |
| 90 | 954 24 | 954 72 | 955 21 | 955 69 | 956 17 | 956 65 | 957 13 | 957 61 | 958 09 | 958 56 |
| 91 | 959 04 | 959 52 | 959 99 | 960 47 | 960 95 | 961 42 | 961 90 | 962 37 | 962 84 | 963 32 |
| 92 | 963 79 | 964 26 | 964 73 | 965 20 | 965 67 | 966 14 | 966 61 | 967 08 | 967 55 | 968 02 |
| 93 | 968 48 | 968 95 | 969 42 | 969 88 | 970 35 | 970 81 | 971 28 | 971 74 | 972 20 | 972 67 |
| 94 | 973 13 | 973 59 | 974 05 | 974 51 | 974 97 | 975 43 | 975 89 | 976 35 | 976 81 | 977 27 |
| 95 | 977 72 | 978 18 | 978 64 | 979 09 | 979 55 | 980 00 | 980 46 | 980 91 | 981 37 | 981 82 |
| 96 | 982 27 | 982 72 | 983 18 | 983 63 | 984 08 | 984 53 | 984 98 | 985 43 | 985 88 | 986 32 |
| 97 | 986 77 | 987 22 | 987 67 | 988 11 | 988 56 | 989 00 | 989 45 | 989 89 | 990 34 | 990 78 |
| 98 | 991 23 | 991 67 | 992 11 | 992 55 | 993 00 | 993 44 | 993 88 | 994 32 | 994 76 | 995 20 |
| 99 | 995 64 | 996 07 | 996 51 | 996 95 | 997 39 | 997 82 | 998 26 | 998 70 | 999 13 | 999 57 |

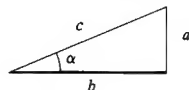


$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

Sinus 0 ... 45°

| ° | 0' | 10' | 20' | 30' | 40' | 50' | 60' | |
|----|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----|
| 0 | 0 | 0,00 291 | 0,00 582 | 0,00 873 | 0,01 164 | 0,01 454 | 0,01 745 | 89 |
| 1 | 0,01 745 | 02 036 | 02 327 | 02 618 | 02 908 | 03 199 | 03 490 | 88 |
| 2 | 03 490 | 03 781 | 04 071 | 04 362 | 04 653 | 04 943 | 05 234 | 87 |
| 3 | 05 234 | 05 524 | 05 814 | 06 105 | 06 395 | 06 685 | 06 976 | 86 |
| 4 | 06 976 | 07 266 | 07 556 | 07 846 | 08 136 | 08 426 | 08 716 | 85 |
| 5 | 0,08 716 | 0,09 005 | 0,09 295 | 0,09 585 | 0,09 874 | 0,10 164 | 0,10 453 | 84 |
| 6 | 10 453 | 10 742 | 11 031 | 11 320 | 11 609 | 11 898 | 12 187 | 83 |
| 7 | 12 187 | 12 476 | 12 764 | 13 053 | 13 341 | 13 629 | 13 917 | 82 |
| 8 | 13 917 | 14 205 | 14 493 | 14 781 | 15 069 | 15 356 | 15 643 | 81 |
| 9 | 15 643 | 15 931 | 16 218 | 16 505 | 16 792 | 17 078 | 17 365 | 80 |
| 10 | 0,17 365 | 0,17 651 | 0,17 937 | 0,18 224 | 0,18 509 | 0,18 795 | 0,19 081 | 79 |
| 11 | 19 081 | 19 366 | 19 652 | 19 937 | 20 222 | 20 507 | 20 791 | 78 |
| 12 | 20 791 | 21 076 | 21 360 | 21 644 | 21 928 | 22 212 | 22 495 | 77 |
| 13 | 22 495 | 22 778 | 23 062 | 23 345 | 23 627 | 23 910 | 24 192 | 76 |
| 14 | 24 192 | 24 474 | 24 756 | 25 038 | 25 320 | 25 601 | 25 882 | 75 |
| 15 | 0,25 882 | 0,26 163 | 0,26 443 | 0,26 724 | 0,27 004 | 0,27 284 | 0,27 564 | 74 |
| 16 | 27 564 | 27 843 | 28 123 | 28 402 | 28 680 | 28 959 | 29 237 | 73 |
| 17 | 29 237 | 29 515 | 29 793 | 30 071 | 30 348 | 30 625 | 30 902 | 72 |
| 18 | 30 902 | 31 178 | 31 454 | 31 730 | 32 006 | 32 282 | 32 557 | 71 |
| 19 | 32 557 | 32 832 | 33 106 | 33 381 | 33 655 | 33 929 | 34 202 | 70 |
| 20 | 0,34 202 | 0,34 475 | 0,34 748 | 0,35 021 | 0,35 293 | 0,35 565 | 0,35 837 | 69 |
| 21 | 35 837 | 36 108 | 36 379 | 36 650 | 36 921 | 37 191 | 37 461 | 68 |
| 22 | 37 461 | 37 730 | 37 999 | 38 268 | 38 537 | 38 805 | 39 073 | 67 |
| 23 | 39 073 | 39 341 | 39 608 | 39 875 | 40 141 | 40 408 | 40 674 | 66 |
| 24 | 40 674 | 40 939 | 41 204 | 41 469 | 41 734 | 41 998 | 42 262 | 65 |
| 25 | 0,42 262 | 0,42 525 | 0,42 788 | 0,43 051 | 0,43 313 | 0,43 575 | 0,43 837 | 64 |
| 26 | 43 837 | 44 098 | 44 359 | 44 620 | 44 880 | 45 140 | 45 399 | 63 |
| 27 | 45 399 | 45 658 | 45 917 | 46 175 | 46 433 | 46 690 | 46 947 | 62 |
| 28 | 46 947 | 47 204 | 47 460 | 47 716 | 47 971 | 48 226 | 48 481 | 61 |
| 29 | 48 481 | 48 735 | 48 989 | 49 242 | 49 495 | 49 748 | 5 | 60 |
| 30 | 0,5 | 0,50 252 | 0,50 503 | 0,50 754 | 0,51 004 | 0,51 254 | 0,51 504 | 59 |
| 31 | 51 504 | 51 753 | 52 002 | 52 250 | 52 498 | 52 745 | 52 992 | 58 |
| 32 | 52 992 | 53 238 | 53 484 | 53 730 | 53 975 | 54 220 | 54 464 | 57 |
| 33 | 54 464 | 54 708 | 54 951 | 55 194 | 55 436 | 55 678 | 55 919 | 56 |
| 34 | 55 919 | 56 160 | 56 401 | 56 641 | 56 880 | 57 119 | 57 358 | 55 |
| 35 | 0,57 358 | 0,57 596 | 0,57 833 | 0,58 070 | 0,58 307 | 0,58 543 | 0,58 779 | 54 |
| 36 | 58 779 | 59 014 | 59 248 | 59 482 | 59 716 | 59 949 | 60 182 | 53 |
| 37 | 60 182 | 60 414 | 60 645 | 60 876 | 61 107 | 61 337 | 61 566 | 52 |
| 38 | 61 566 | 61 795 | 62 024 | 62 251 | 62 479 | 62 706 | 62 932 | 51 |
| 39 | 62 932 | 63 158 | 63 383 | 63 608 | 63 832 | 64 056 | 64 279 | 50 |
| 40 | 0,64 279 | 0,64 501 | 0,64 723 | 0,64 945 | 0,65 166 | 0,65 386 | 0,65 606 | 49 |
| 41 | 65 606 | 65 825 | 66 044 | 66 262 | 66 480 | 66 697 | 66 913 | 48 |
| 42 | 66 913 | 67 129 | 67 344 | 67 559 | 67 773 | 67 987 | 68 200 | 47 |
| 43 | 68 200 | 68 412 | 68 624 | 68 835 | 69 046 | 69 256 | 69 466 | 46 |
| 44 | 69 466 | 69 675 | 69 883 | 70 091 | 70 298 | 70 505 | 70 711 | 45 |
| | 60' | 50' | 40' | 30' | 20' | 10' | 0' | ° |

Cosinus 45 ... 90°

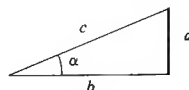


$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

Cosinus 0 ... 45°

| ° | 0° | 10' | 20' | 30' | 40' | 50' | 60' | |
|----|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----|
| 0 | 1 | 1,00 000 | 0,99 998 | 0,99 996 | 0,99 993 | 0,99 989 | 0,99 985 | 89 |
| 1 | 0,99 985 | 0,99 979 | 99 973 | 99 966 | 99 958 | 99 949 | 99 939 | 88 |
| 2 | 99 939 | 99 929 | 99 917 | 99 905 | 99 892 | 99 878 | 99 863 | 87 |
| 3 | 99 863 | 99 847 | 99 831 | 99 813 | 99 795 | 99 776 | 99 756 | 86 |
| 4 | 99 756 | 99 736 | 99 714 | 99 692 | 99 668 | 99 644 | 99 619 | 85 |
| 5 | 0,99 619 | 0,99 594 | 0,99 567 | 0,99 540 | 0,99 511 | 0,99 482 | 0,99 452 | 84 |
| 6 | 99 452 | 99 421 | 99 390 | 99 357 | 99 324 | 99 290 | 00 255 | 83 |
| 7 | 99 255 | 99 219 | 99 182 | 99 144 | 99 106 | 99 067 | 99 027 | 82 |
| 8 | 99 027 | 98 986 | 98 944 | 98 902 | 98 858 | 98 814 | 98 769 | 81 |
| 9 | 98 769 | 98 723 | 98 676 | 98 629 | 98 580 | 98 531 | 98 481 | 80 |
| 10 | 0,98 481 | 0,98 430 | 0,98 378 | 0,98 325 | 0,98 272 | 0,98 218 | 0,98 163 | 79 |
| 11 | 98 163 | 98 107 | 98 050 | 97 992 | 97 934 | 97 875 | 97 815 | 78 |
| 12 | 97 815 | 97 754 | 97 692 | 97 630 | 97 566 | 97 502 | 97 437 | 77 |
| 13 | 97 437 | 97 371 | 97 304 | 97 237 | 97 169 | 97 100 | 97 030 | 76 |
| 14 | 97 030 | 96 959 | 96 887 | 96 815 | 96 742 | 96 667 | 96 593 | 75 |
| 15 | 0,96 593 | 0,96 517 | 0,96 440 | 0,96 363 | 0,96 285 | 0,96 206 | 0,96 126 | 74 |
| 16 | 96 126 | 96 046 | 95 964 | 95 882 | 95 799 | 95 715 | 95 630 | 73 |
| 17 | 95 630 | 95 545 | 95 459 | 95 372 | 95 284 | 95 195 | 95 106 | 72 |
| 18 | 95 106 | 95 015 | 94 924 | 94 832 | 94 740 | 94 646 | 94 552 | 71 |
| 19 | 94 552 | 94 457 | 94 361 | 94 264 | 94 167 | 94 068 | 93 969 | 70 |
| 20 | 0,93 969 | 0,93 869 | 0,93 769 | 0,93 667 | 0,93 565 | 0,93 462 | 0,93 358 | 69 |
| 21 | 93 358 | 93 253 | 93 148 | 93 042 | 92 935 | 92 827 | 92 718 | 68 |
| 22 | 92 718 | 92 609 | 92 499 | 92 388 | 92 276 | 92 164 | 92 050 | 67 |
| 23 | 92 050 | 91 936 | 91 822 | 91 706 | 91 590 | 91 472 | 91 355 | 66 |
| 24 | 91 355 | 91 236 | 91 116 | 90 996 | 90 875 | 90 753 | 90 631 | 65 |
| 25 | 0,90 631 | 0,90 507 | 0,90 383 | 0,90 259 | 0,90 133 | 0,90 007 | 0,89 879 | 64 |
| 26 | 89 879 | 89 752 | 89 623 | 89 493 | 89 363 | 89 232 | 89 101 | 63 |
| 27 | 89 101 | 88 968 | 88 835 | 88 701 | 88 566 | 88 431 | 88 295 | 62 |
| 28 | 88 295 | 88 158 | 88 020 | 87 882 | 87 743 | 87 603 | 87 462 | 61 |
| 29 | 87 462 | 87 321 | 87 178 | 87 036 | 86 892 | 86 748 | 86 603 | 60 |
| 30 | 0,86 603 | 0,86 457 | 0,86 310 | 0,86 163 | 0,86 015 | 0,85 866 | 0,85 717 | 59 |
| 31 | 85 717 | 85 567 | 85 416 | 85 264 | 85 112 | 84 959 | 84 805 | 58 |
| 32 | 84 805 | 84 650 | 84 495 | 84 339 | 84 182 | 84 025 | 83 867 | 57 |
| 33 | 83 867 | 83 708 | 83 549 | 83 389 | 83 228 | 83 066 | 82 904 | 56 |
| 34 | 82 904 | 82 741 | 82 577 | 82 413 | 82 248 | 82 082 | 81 915 | 55 |
| 35 | 0,81 915 | 0,81 748 | 0,81 580 | 0,81 412 | 0,81 242 | 0,81 072 | 0,80 902 | 54 |
| 36 | 80 902 | 80 730 | 80 558 | 80 386 | 80 212 | 80 038 | 79 864 | 53 |
| 37 | 79 864 | 79 688 | 79 512 | 79 335 | 79 158 | 78 980 | 78 801 | 52 |
| 38 | 78 801 | 78 622 | 78 442 | 78 261 | 78 079 | 77 897 | 77 715 | 51 |
| 39 | 77 715 | 77 531 | 77 347 | 77 162 | 76 977 | 76 791 | 76 604 | 50 |
| 40 | 0,76 604 | 0,76 417 | 0,76 229 | 0,76 041 | 0,75 851 | 0,75 661 | 0,75 471 | 49 |
| 41 | 75 471 | 75 280 | 75 088 | 74 896 | 74 703 | 74 509 | 74 314 | 48 |
| 42 | 74 314 | 74 120 | 73 924 | 73 728 | 73 531 | 73 333 | 73 135 | 47 |
| 43 | 73 135 | 72 937 | 72 737 | 72 537 | 72 337 | 72 136 | 71 934 | 46 |
| 44 | 71 934 | 71 732 | 71 529 | 71 325 | 71 121 | 70 916 | 70 711 | 45 |
| | 60' | 50' | 40' | 30' | 20' | 10' | 0' | ° |

Sinus 45 ... 90°

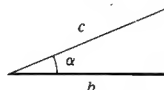


$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

Tangente 0 ... 45°

| | 0' | 10' | 20' | 30' | 40' | 50' | 60' | |
|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|-----------|
| 0 | 0 | 0,00 291 | 0,00 582 | 0,00 873 | 0,01 164 | 0,01 455 | 0,01 746 | 89 |
| 1 | 0,01 746 | 02 036 | 02 328 | 02 619 | 02 910 | 03 201 | 03 492 | 88 |
| 2 | 03 492 | 03 783 | 04 075 | 04 366 | 04 658 | 04 949 | 05 241 | 87 |
| 3 | 05 241 | 05 533 | 05 824 | 06 116 | 06 408 | 06 700 | 06 993 | 86 |
| 4 | 06 993 | 07 285 | 07 578 | 07 870 | 08 163 | 08 456 | 08 749 | 85 |
| 5 | 0,08 749 | 0,09 042 | 0,09 335 | 0,09 629 | 0,09 923 | 0,10 216 | 0,10 510 | 84 |
| 6 | 10 510 | 10 805 | 11 099 | 11 394 | 11 688 | 11 983 | 12 278 | 83 |
| 7 | 12 278 | 12 574 | 12 869 | 13 165 | 13 461 | 13 758 | 14 054 | 82 |
| 8 | 14 054 | 14 351 | 14 648 | 14 945 | 15 243 | 15 540 | 15 838 | 81 |
| 9 | 15 838 | 16 137 | 16 435 | 16 734 | 17 033 | 17 333 | 17 633 | 80 |
| 10 | 0 17 633 | 0,17 933 | 0,18 233 | 0,18 534 | 0,18 835 | 0,19 136 | 0,19 438 | 79 |
| 11 | 19 438 | 19 740 | 20 042 | 20 345 | 20 648 | 20 952 | 21 256 | 78 |
| 12 | 21 256 | 21 560 | 21 864 | 22 169 | 22 475 | 22 781 | 23 087 | 77 |
| 13 | 23 087 | 23 393 | 23 700 | 24 008 | 24 316 | 24 624 | 24 933 | 76 |
| 14 | 24 933 | 25 242 | 25 552 | 25 862 | 26 172 | 26 483 | 26 795 | 75 |
| 15 | 0,26 795 | 0,27 107 | 0,27 419 | 0,27 732 | 0,28 046 | 0,28 360 | 0,28 675 | 74 |
| 16 | 28 675 | 28 990 | 29 305 | 29 621 | 29 938 | 30 255 | 30 573 | 73 |
| 17 | 30 573 | 30 891 | 31 210 | 31 530 | 31 850 | 32 171 | 32 492 | 72 |
| 18 | 32 492 | 32 814 | 33 136 | 33 460 | 33 783 | 34 108 | 34 433 | 71 |
| 19 | 34 433 | 34 758 | 35 085 | 35 412 | 35 740 | 36 068 | 36 397 | 70 |
| 20 | 0,36 397 | 0,36 727 | 0,37 057 | 0,37 388 | 0,37 720 | 0,38 053 | 0,38 386 | 69 |
| 21 | 38 386 | 38 721 | 39 055 | 39 391 | 39 727 | 40 065 | 40 403 | 68 |
| 22 | 40 403 | 40 741 | 41 081 | 41 421 | 41 763 | 42 105 | 42 447 | 67 |
| 23 | 42 447 | 42 791 | 43 136 | 43 481 | 43 828 | 44 175 | 44 523 | 66 |
| 24 | 44 523 | 44 872 | 45 222 | 45 573 | 45 924 | 46 277 | 46 631 | 65 |
| 25 | 0,46 631 | 0,46 985 | 0,47 341 | 0,47 698 | 0,48 055 | 0,48 414 | 0,48 773 | 64 |
| 26 | 48 773 | 49 134 | 49 495 | 49 858 | 50 222 | 50 587 | 50 953 | 63 |
| 27 | 50 953 | 51 319 | 51 688 | 52 057 | 52 427 | 52 798 | 53 171 | 62 |
| 28 | 53 171 | 53 545 | 53 920 | 54 296 | 54 673 | 55 051 | 55 431 | 61 |
| 29 | 55 431 | 55 812 | 56 194 | 56 577 | 56 962 | 57 348 | 57 735 | 60 |
| 30 | 0,57 735 | 0,58 124 | 0,58 513 | 0,58 905 | 0,59 297 | 0,59 691 | 0,60 086 | 59 |
| 31 | 60 086 | 60 483 | 60 881 | 61 280 | 61 681 | 62 083 | 62 487 | 58 |
| 32 | 62 487 | 62 892 | 63 299 | 63 707 | 64 117 | 64 528 | 64 941 | 57 |
| 33 | 64 941 | 65 355 | 65 771 | 66 189 | 66 608 | 67 028 | 67 451 | 56 |
| 34 | 67 451 | 67 875 | 68 301 | 68 728 | 69 157 | 69 588 | 70 021 | 55 |
| 35 | 0,70 021 | 0,70 455 | 0,70 891 | 0,71 329 | 0,71 769 | 0,72 211 | 0,72 654 | 54 |
| 36 | 72 654 | 73 100 | 73 547 | 73 996 | 74 447 | 74 900 | 75 355 | 53 |
| 37 | 75 355 | 75 812 | 76 272 | 76 733 | 77 196 | 77 661 | 78 129 | 52 |
| 38 | 78 129 | 78 598 | 79 070 | 79 544 | 80 020 | 80 498 | 80 978 | 51 |
| 39 | 80 978 | 81 461 | 81 946 | 82 434 | 82 923 | 83 415 | 83 910 | 50 |
| 40 | 0,83 910 | 0,84 407 | 0,84 906 | 0,85 408 | 0,85 912 | 0,86 419 | 0,86 929 | 49 |
| 41 | 86 929 | 87 441 | 87 955 | 88 473 | 88 992 | 89 515 | 90 040 | 48 |
| 42 | 90 040 | 90 569 | 91 099 | 91 633 | 92 170 | 92 709 | 93 252 | 47 |
| 43 | 93 252 | 93 797 | 94 345 | 94 896 | 95 451 | 96 008 | 96 569 | 46 |
| 44 | 96 569 | 97 133 | 97 700 | 98 270 | 98 843 | 99 420 | 1 | 45 |
| | 60' | 50' | 40' | 30' | 20' | 10' | 0' | |

Cotangente 45 ... 90°



$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{b}{a}$$

Cotangente 0 ... 45°

| ° | 0' | 10' | 20' | 30' | 40' | 50' | 60' | |
|----|-----------|------------|------------|------------|-----------|-----------|-----------|----|
| 0 | ∞ | 343,77 371 | 171,88 540 | 114,58 865 | 85,93 979 | 68,75 009 | 57,28 996 | 89 |
| 1 | 57,28 996 | 49,10 388 | 42,96 408 | 38,18 846 | 34,36 777 | 31,24 158 | 28,63 625 | 88 |
| 2 | 28,63 625 | 26,43 160 | 24,54 176 | 22,90 377 | 21,47 040 | 20,20 555 | 19,08 114 | 87 |
| 3 | 19,08 114 | 18,07 498 | 17,16 934 | 16,34 986 | 15,60 478 | 14,92 442 | 14,30 067 | 86 |
| 4 | 14,30 067 | 13,72 674 | 13,19 688 | 12,70 621 | 12,25 051 | 11,82 617 | 11,43 005 | 85 |
| 5 | 11,43 005 | 11,05 943 | 10,71 191 | 10,38 540 | 10,07 803 | 9,78 817 | 9,51 436 | 84 |
| 6 | 9,51 436 | 9,25 530 | 9,00 983 | 8,77 689 | 8,55 555 | 8,34 496 | 8,14 435 | 83 |
| 7 | 8,14 435 | 7,95 302 | 7,77 035 | 7,59 575 | 7,42 871 | 7,26 873 | 7,11 537 | 82 |
| 8 | 7,11 537 | 6,96 823 | 6,82 694 | 6,69 116 | 6,56 055 | 6,43 484 | 6,31 375 | 81 |
| 9 | 6,31 375 | 6,19 703 | 6,08 444 | 5,97 576 | 5,87 080 | 5,76 937 | 5,67 128 | 80 |
| 10 | 5,67 128 | 5,57 638 | 5,48 451 | 5,39 552 | 5,30 928 | 5,22 566 | 5,14 455 | 79 |
| 11 | 5,14 455 | 5,06 584 | 4,98 940 | 4,91 516 | 4,84 300 | 4,77 286 | 4,70 463 | 78 |
| 12 | 4,70 463 | 4,63 825 | 4,57 363 | 4,51 071 | 4,44 942 | 4,38 969 | 4,33 148 | 77 |
| 13 | 4,33 148 | 4,27 471 | 4,21 933 | 4,16 530 | 4,11 256 | 4,06 107 | 4,01 078 | 76 |
| 14 | 4,01 078 | 3,96 165 | 3,91 364 | 3,86 671 | 3,82 083 | 3,77 595 | 3,73 205 | 75 |
| 15 | 3,73 205 | 3,68 909 | 3,64 705 | 3,60 588 | 3,56 557 | 3,52 609 | 3,48 741 | 74 |
| 16 | 3,48 741 | 3,44 951 | 3,41 236 | 3,37 594 | 3,34 023 | 3,30 521 | 3,27 085 | 73 |
| 17 | 3,27 085 | 3,23 714 | 3,20 406 | 3,17 159 | 3,13 972 | 3,10 842 | 3,07 768 | 72 |
| 18 | 3,07 768 | 3,04 749 | 3,01 783 | 2,98 869 | 2,96 004 | 2,93 189 | 2,90 421 | 71 |
| 19 | 2,90 421 | 2,87 700 | 2,85 023 | 2,82 391 | 2,79 802 | 2,77 254 | 2,74 748 | 70 |
| 20 | 2,74 748 | 2,72 281 | 2,69 853 | 2,67 462 | 2,65 109 | 2,62 791 | 2,60 509 | 69 |
| 21 | 2,60 509 | 2,58 261 | 2,56 046 | 2,53 865 | 2,51 715 | 2,49 597 | 2,47 509 | 68 |
| 22 | 2,47 509 | 2,45 451 | 2,43 422 | 2,41 421 | 2,39 449 | 2,37 504 | 2,35 585 | 67 |
| 23 | 2,35 585 | 2,33 693 | 2,31 826 | 2,29 984 | 2,28 167 | 2,26 374 | 2,24 604 | 66 |
| 24 | 2,24 604 | 2,22 857 | 2,21 132 | 2,19 430 | 2,17 749 | 2,16 090 | 2,14 451 | 65 |
| 25 | 2,14 451 | 2,12 832 | 2,11 233 | 2,09 654 | 2,08 094 | 2,06 553 | 2,05 030 | 64 |
| 26 | 2,05 030 | 2,03 526 | 2,02 039 | 2,00 569 | 1,99 116 | 1,97 680 | 1,96 261 | 63 |
| 27 | 1,96 261 | 1,94 858 | 1,93 470 | 1,92 098 | 1,90 741 | 1,89 400 | 1,88 073 | 62 |
| 28 | 1,88 073 | 1,86 760 | 1,85 462 | 1,84 177 | 1,82 906 | 1,81 649 | 1,80 405 | 61 |
| 29 | 1,80 405 | 1,79 174 | 1,77 955 | 1,76 749 | 1,75 556 | 1,74 375 | 1,73 205 | 60 |
| 30 | 1,73 205 | 1,72 047 | 1,70 901 | 1,69 766 | 1,68 643 | 1,67 530 | 1,66 428 | 59 |
| 31 | 1,66 428 | 1,65 337 | 1,64 256 | 1,63 185 | 1,62 125 | 1,61 074 | 1,60 033 | 58 |
| 32 | 1,60 033 | 1,59 002 | 1,57 981 | 1,56 969 | 1,55 966 | 1,54 972 | 1,53 987 | 57 |
| 33 | 1,53 987 | 1,53 010 | 1,52 043 | 1,51 084 | 1,50 133 | 1,49 190 | 1,48 256 | 56 |
| 34 | 1,48 256 | 1,47 330 | 1,46 411 | 1,45 501 | 1,44 598 | 1,43 703 | 1,42 815 | 55 |
| 35 | 1,42 815 | 1,41 934 | 1,41 061 | 1,40 195 | 1,39 336 | 1,38 484 | 1,37 638 | 54 |
| 36 | 1,37 638 | 1,36 800 | 1,35 968 | 1,35 142 | 1,34 323 | 1,33 511 | 1,32 704 | 53 |
| 37 | 1,32 704 | 1,31 904 | 1,31 110 | 1,30 323 | 1,29 541 | 1,28 764 | 1,27 994 | 52 |
| 38 | 1,27 994 | 1,27 230 | 1,26 471 | 1,25 717 | 1,24 969 | 1,24 227 | 1,23 490 | 51 |
| 39 | 1,23 490 | 1,22 758 | 1,22 031 | 1,21 310 | 1,20 593 | 1,19 882 | 1,19 175 | 50 |
| 40 | 1,19 175 | 1,18 474 | 1,17 777 | 1,17 085 | 1,16 398 | 1,15 715 | 1,15 037 | 49 |
| 41 | 1,15 037 | 1,14 363 | 1,13 694 | 1,13 029 | 1,12 369 | 1,11 713 | 1,11 061 | 48 |
| 42 | 1,11 061 | 1,10 414 | 1,09 770 | 1,09 131 | 1,08 496 | 1,07 864 | 1,07 237 | 47 |
| 43 | 1,07 237 | 1,06 613 | 1,05 994 | 1,05 378 | 1,04 766 | 1,04 158 | 1,03 553 | 46 |
| 44 | 1,03 553 | 1,02 952 | 1,02 355 | 1,01 761 | 1,01 170 | 1,00 583 | 1 | 45 |
| | 60' | 50' | 40' | 30' | 20' | 10' | 0' | ° |

Tangente 45 ... 90°

